

方陣と曼荼羅の術数と幾何(1)

伊東 乾^{*})

Arithmetics and Geometry on SQUARE GRID and MANDALA 1ⁱ

Ken ITO^{*})

Abstract

Hellenism and the Greek culture have influences on various aspects in East Asian traditional design, religion, arts and music. Also many had influenced from East Asia to Middle East and Western culture deeply. In this paper starting from "Euclidian algorithm" Geometry and Arithmetic. Stoopas, Mandala and Sculptures are discussed. We also propose measuring unknown structure of them, with the use of machine learning and morphometric analysis.

梗概

東アジアの伝統的な形象や音楽調和には、目立たないところにユークリッド幾何などへレニズム由来のギリシャ文化が影響を与えている。同様にアジアに由来する思考が西欧に深く影響を及ぼした例も数多い。本稿では「ユークリッドの互除法」を起点に、仏舎利塔、曼陀羅、仏像などを対称に、従来必ずしも強調されない東アジアの思想や宗教、藝術の数理と幾何を議論すると共に、モルフォメトリクスなどの画像認識と機械学習を応用しての隠されたメカニズム解明の可能性を提案する。

Key words: Euclidean, Algorithm, Tiling problem, Geometry, Mandala, Platonic Solid, Hellenism Machine learning , Morphometrics

=====
^{*}) 東京大学大学院情報学環 作曲＝指揮・AI生命倫理／情報動力学研究室
Division of Composition/Conducting, Information Statistic Dynamics and AI Life ethics,
Interfaculty Initiative in Informatics, The University of Tokyo
7-3-1 Hongo Bunkyo-ku, 113-0032 Tokyo JAPAN

1 数学的準備1 ユークリッド互除法 Euclidian Algorithm

人類史上、描き残された最初の計算アルゴリズムとして「ユークリッドの互除法」が広く知られる。古代メソポタミアやエジプトには、様々な粘土板やリンドパピルス[1]などで伝えられるように、高度な算術や幾何の成果が伝わるが、汎用性を持ったアルゴリズムとしての記述として「ユークリッドの互除法」が早い時期に属するものであることに異論はないだろう。今日的な観点でユークリッドの互除法を記述すると以下ようになる。

互いに素ではない2つの自然数 a, b ($a \geq b$) を考える。いま a の b による剰余を r とすると、 a と b との最大公約数は b と r との最大公約数に等しい[2]。そこで b を r で割った剰余、除数 r をその剰余で割った剰余、と剰余を求める計算を逐次繰り返せば剰余が 0 になった時の除数が a と b との最大公約数を与える。

具体例で検討しよう。いま仮に数 a, b として 60 と 36 を与えると ($60 > 36$) で

$$60 \div 36 = 0 \cdots 24$$

求める最大公約数は 36 と 24 の最大公約数でもある。そこで同様の計算を繰り返せば

$$36 \div 24 = 0 \cdots 12 \quad \rightarrow \quad 24 \div 12 = 2 \cdots 0$$

となり剰余が 0 になった際の除数 12 が、元の 60 と 36 の最大公約数であることが知れる。このように今日では数式を用いて記述される「ユークリッドの互除法」であるが、式の記法は 16 世紀以降西欧の産物であり、定規とコンパスのみを用いてユークリッドの互除法を作図すると別の性質が示される。いま二つの長さ a, b を長方形の二辺にとり、

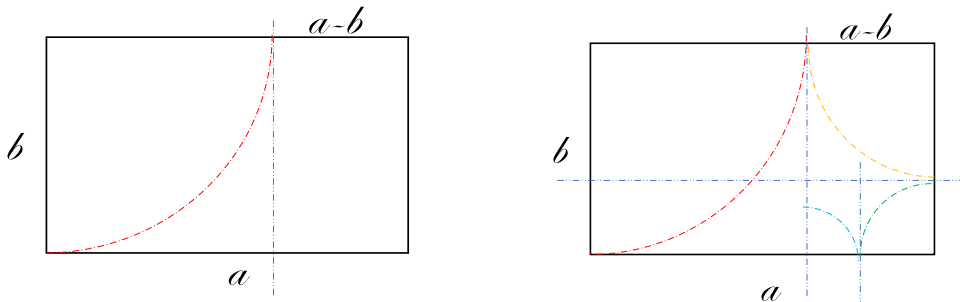


Fig. 1-a Euclid の互除法 1

コンパスを用いて Fig.1-a のように短辺の長さを長辺から取り去ってゆき、残余がなくなる
ところまでこの作業を継続すれば、最終的に残余が無くなったところで正方形に相当する
区分が得られる (Fig.1-b)。

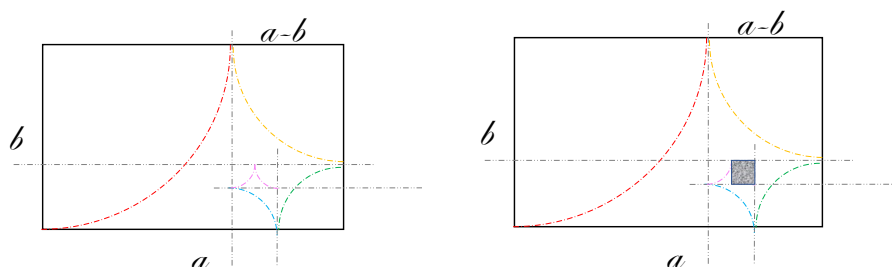


Fig. 1-b Euclid の互除法 2

最終的に得られた「最大公約数」は、それを一辺とする正方形のタイルを考えると、これ
を用いて長方形全体を埋め尽くすことが出来る単位になっていることが解る。

ここから「ユークリッドの互除法」アルゴリズムの「タイル敷き詰め問題」の単位タイ
ルを得る演算としての側面が明確になるだろう。

幾何 Geometry とは文字通りギリシャ語の「Ge=γη 大地」を「metron= $\mu\epsilon\tau\rho\omicron\nu$
測量」する意から発する技術 $\tau\epsilon\chi\nu\omicron\lambda\omicron\gamma\iota\alpha$ に他ならず「ユークリッドの互除法」
も古代ないしは中世、近代にあっても数とは第一に「線分の長さ」として測りとれる量で
あり[3] ユークリッドにおける「アルゴリズム」が、今日プログラミング言語などで想起
されるような代数的なものではなく、幾何的アルゴリズム、すなわち作図法であったこと
を指摘しておく。

2 ユークリッド原論 第7章

「互除法」によってもその名を知られるエウクレイデス Εὐκλείδης 本人に関して
はその詳細が知られていない。

ギリシャ系エジプト人として、ヘレニズム初期のプトレマイオス朝初代、プトレマイオ
ス I 世王治下(367.BC-282.BC)のアレクサンドリアで活躍したと伝えられる。プトレマイ
オスはマケドニア貴族の出身でアレクサンダー (III世 356.BC-323.BC) に仕え、学友と
してアリストテレスに学んだとされる。プトレマイオスが都としたアレクサンドリアは、
マケドニアの東征軍が各地に建設した「アレクサンダー都市」の第一号であり、東方から
移送されていたアレクサンダーの遺骸を篡奪、ミイラ化して埋葬し、東西防疫の要衝とし
ての地位を確立した。その初期にエウクレイデスが活動したことに注意しておく。「互除
法」の記された「原論」第七巻には「数」の定義が示されている。引用しよう。

第七卷 定義（以下の邦訳はひとまず中村他訳[4]を引用するが、しばしば誤っている[5]）。

1 単位とは存在するもののおのおのがそれによって1と呼ばれるものである。

α'. Μονάς ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται.
Monas estin kath en ekaston ton onton en legetai

2 数とは単位からなる多である。

β'. Ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκεείμενον πλῆθος.
Arithmos de to ek monadon sugeimenon plethos.

3 小さい数が大きい数を割り切るとき、小さい数は大きい数の約数である。

γ'. Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὀ ἐλάσσων τοῦ μείζονος,
Meros estin arithmos arithmou ὀ elasson ton meizonos
ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.
Otan katametry ton meizona

4 割り切らないときは約数和[6]である

δ' Μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.
Mere de otan me katametry.

ユークリッドの原文に記された技術思想は、徹底して「長さを測りとること」を重視する。ある長さは、別の（より短い）長さを「単位μονάδα monada」として、コンパスや紐などによって測りとられた「それ」によって「数えられるκαταμετρῶ」。その際、中途半端に余る量があるとき・・・割り切れないとき・・・は、その「切り取られた短辺」は長辺の「部分」μέροςとはならない、と古代ギリシャ人は考える。ここに「約数」「割り切る」などの日本語を充てる中村らのパイオニア的訳業の労を多としつつも、こうした20世紀日本の観点から解釈は、原典の発想をすべて見えなくしてしまうことに注意しなくてはならない。

このように見るとき「ユークリッドの互除法」は、さらにもう一つ別の本質的な効用を暗示する。すなわち「剰余なく」分割しつくすことによる「平等」性の担保である。先に筆者は、リンド・パピルスの「パンの分割」から、細かに分けられた素辺を、全員等しく、あるいは定められた比率に合致した形で分配する「平等主義」の数理を論じたが[7]、具体的な局面と独立して抽象的に数える事が出来る「数」の概念が、尺度とするユニット＝“モナド”を定める事で与えられること。それ以上「切る」(τέμνω)事が出来「ない」(ἀ-)アトモス ἄτομος によって世界を構成する宇宙観がある種の平等原理に基づくことが示唆されるのは興味深い。また「割り切れない」すなわち「長さを切り取り切れない」数を「素数」Πρῶτος ἀριθμός protos arithmos [8]と認識するのも、完全に同一の根に発することが容易に理解される。

3 数学的準備2 ガウスの剰余類 *residue class* と対称性

「天円地方」という古代中国由来の概念は星の運行が「円軌道」を為すのに対し、地上では方形の条理が導入されることに対応すると考えられる。前漢期に成立した淮南子(179.BC-122.BC)には「天円地方」に代表される宇宙観、世界観が展開されている[9]。

さて、前項まで検討した「ユークリッドの互除法」を、地面の測量と分割に当てはめるなら「条里」の構造、すなわち「方陣」square grid を想起しやすい。だが、地誌的条件などにもよるのであろうが、少なくとも都市に関しては、方陣状の構造が顕著なのはアジアの文化圏で、古代ギリシャ、ローマはもとより、21世紀の都市景観を念頭においても、欧米諸国の都市に「地方=直交する道路で区切られたマトリクス状の」の構造的特徴を見出すのは希である。

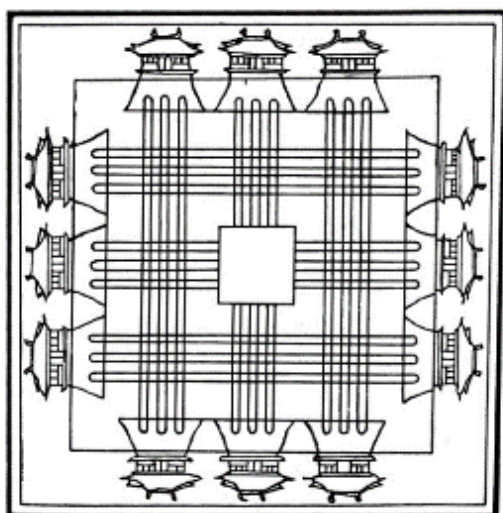


Fig.2-a 「周礼考工記」の都市図案

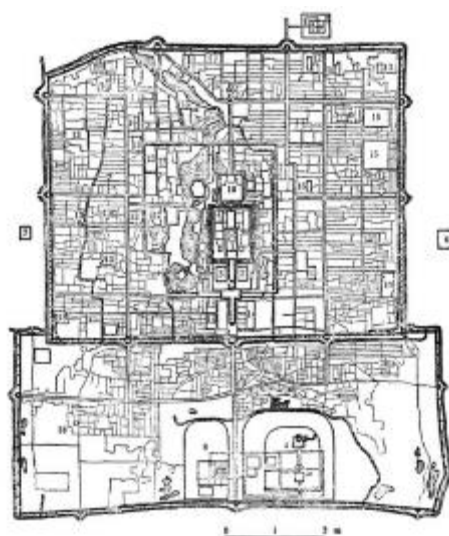


Fig.2-b 清代の北京城平面図ともに[10]より

以下ではこうした点には踏み込まず、むしろ「天円」すなわち星の運行に取材する、回転する系を扱う対称性の構造を簡潔に確認してみよう。

生前に公刊された唯一の著書 *Disquisitiones Arithmeticae*[10]においてガウスは整数に「合同」英 *congruence* 羅 *congruential* 独 *Kongruenz* の関係を導入する。

二つの整数 a, b があるとして、両者が法 modulo n について「合同」であるとは、両者の差

$$a - b$$

が n で割り切れる事を意味し、それを

$$a \equiv b \pmod{n}$$

と記した。そして、ある数 n で割った「剰余」が $0, 1, 2, \dots, n-1$ の各々である仲間ごとに数を「剰余類」に分類し、余りが同一の数動詞は「合同」と考えた[11]。

なぜガウスは数に対して「合同」などという表現を与えたのか？ 例えば「12」を modulo とすると、5 と $5+12=17$ は合同、11 と $11+12=23$ とは「見分けがつかない」とガウスは考える。すなわち

$$5 \equiv 17 \pmod{12}$$

$$11 \equiv 23 \pmod{12}$$

この状況は以下のように時計の文字盤を示せば、すべての事情が明瞭となるだろう。すなわちマイナス無限大からプラス無限大まで、数え尽くすことの出来ない「整数」というものの全体を扱う上で、何らかの modulo=measure 測定単位を導入し、その範囲内での分割だけを考えることで、無限が陽に顔を出さずに、らせん状の無限を射影として捉える戦略を立てたわけである。

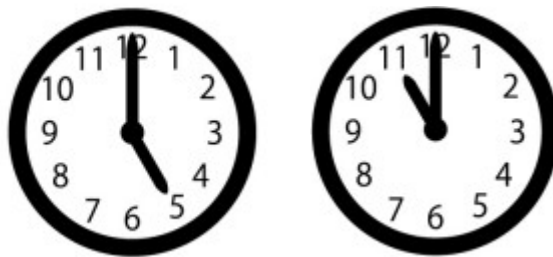


Fig.3 5時と17時、11時と23時は見分けがつかない=合同である

ユークリッドの数論は、その中に目盛りを持たない「monado」によって量を測り切り、その条理によって分割された網目を考察しようとする。これに対してガウスは、その「余り」そのものに注目し、これを「modulo」としてその内部を「monado」で分割しようとする。有限範囲の分割によって、無限を統御しようと考えたガウスが選んだ方法は、この modulo を円周上に配置し、monado 単位となる「長さ」を「角度」に置き換えることで**対称性**という別の**幾何学的構造**の埋め込みに成功する。だが、そこに一つの発想の芽をもつエヴァリスト・ガロア Évariste Galois(1811-32) の代数構造の理論を理解することはガウス自身なかった。今日**環論**、**群論**などとして知られる抽象的な代数構造の多くは、上記のような**円周の分割**など、基本的な図形の分割や拡張に敷衍することで、理解が容易になる場合が多い。

4 車軸と Dhukha : 「苦」の動態

ガウスの発想、すなわち無限に続く数の列もらせん状に配置して直交する方向から観察すれば、有限な要素を検討するだけで、無限に存在する〈数の組〉や、それら〈数の組〉同志の演算の性質なども知れる戦略は、東アジアにおける「輪廻」の考え方を想起させるかもしれない。

以下では円やらせんとの対応づけを前提に「輪廻」संसार saṃsāra に端を発する東アジア思想、とりわけ仏教の根本教義を簡単に整理しておく。

「輪廻転生」という考え方の発想は古くヴェーダ宗教の讃歌が口承され、やがて「リグ・ヴェーダ」を始めとするブラーフマナ文献に記されるようになったと思われる。

リグ・ヴェーダには紀元前 18 世紀ごろの口承も含まれる可能性が指摘され、現在の形に整えられたのは紀元前 12 世紀ごろとされる[12]

ここで「リグ」は讃歌、「ヴェーダ」は知識を意味し、10 巻からなる詩篇として編まれているが、この「巻」を mandala **マンダラ**と称することに注意しておこう。

マンダラとはサンスクリット मण्डल で元来「円」「丸いもの」を意味する語であり、ここでは丸められた巻物としての書物を意味する。

ヴェーダの宗教における「輪廻」は永遠不滅の「我 Ātman आत्मन्」を前提とし、我が生と死を繰り返す輪廻を説き、Atman の語義は「息」である。(現代ドイツ語の Atem などにも確認することが出来る。)「息をするもの」としての Atman に対してウパニシャッドの哲学は、これと宇宙の根本原理としての「ブラフマン 梵 Brahman ब्रह्मन्」を対置、さらにこの両者が本質的に一体であるので(「梵我一如」)宇宙の根本原理たるブラフマンが永遠不滅であれば個別の命 Atman もまた不滅であることを説く。

これに対してヒンドゥの宗教は世俗的な小我を否定して「無我 Nirātman अनात्मन्」という概念を提出する。ただしこれは「真我」としての Ātman を否定するものではなく、両者の関係は多様に取り扱われる。

本稿で以下に考察する仏教は、この点において革新的である。すなわち仏教における輪廻は、真我の存在を否定して無我 Nirātman を説く。

仏教もまた輪廻を前提とするが、ヴェーダの宗教において「永遠不滅の我」の転生が扱われたのに対し、生と死を繰り返す状態を「苦 duḥkha दुःख」¹⁾と見做す。このドウッカとは「duḥ 悪い」「kha 空間、穴」を意味し、**車軸**の中心が合っていないため円滑に回らない車輪から〈不快〉〈不全〉を意味する。

仏教の根本教義において「車輪」や「車軸」またその「中心」といった**車軸の対称性**にアナロジーが取られていることに注意しておく。

また生死などの状態が常に移り変わり、恒常的でないことを「**無常** アニトヤ anitya अनित्य」と捉え、「**無常・苦・無我**」を「**三相** trilakṣaṇa त्रिलक्षण」と総称して事物の生成消滅を意味する「**縁起** pratītyasamutpāda प्रतीत्यसमुत्पाद」の実相を表すものとした。

人は三相に対して真理を知らず妄想を抱いており（**無明** avidyā अविद्या）真理を悟ることによって苦から救われる。そのための教えとして仏教は**四諦** catur-ārya-satya चत्वारि अरियसच्चानि の認識、ならびにそこから脱却するための**八正道** ārya-aṣṭāṅgika-mārga आर्याष्टाङ्गमार्गを説く。本稿では詳細には言及しないが、**四諦**すなわち

苦諦、集諦、滅諦、道諦

の前提のもと、**八正道**

正見、正思、正語、正業、正命、正精進、正念、正定

を通じて真理を悟る（解脱 mokṣa मोक्ष）ことによって生死を超えた最高の自由（**涅槃** nirvāṇa निर्वाण）に至るとされた。

これに対し、いまだ悟りに至る以前の因果な状態としての**十二因縁** dvādaśāṅgika-pratītyasamutpāda बारह निदान が対置される。**十二因縁**は

無明、行、識、名色、六処、触、受、愛、取、有、生、老死

とされ、これらが十二支など**曆法**と関連することは偶然ではないだろう。仏典は

繰り返し行われる jāti は苦 dukkhā である(dukkhā jāti punappunam)

と教えるが、その根本的なアナロジーとして生と死の回転する「輪廻」とその「車軸」の調整があること、また、輪軸の対称性の破れを苦と見做し、そこからの対称性の回復を解脱、涅槃と対応させていることを確認しておく。

5 Duhkha(苦)の角度依存性

周知のようにゴータマ・シッダールタその人は古代インドに実在した人物であるが、その生没年は正確に知られてはいない。コーサラ国カピラヴァストゥ近郊ルンビニの路上で生まれ、マッラ国クシナガラで没したという。

大涅槃経など複数の経典が享年は 80 歳であったことを伝える。だがその年代に関しては複数の説が併存し、南伝仏教と北伝仏教の間に 100 年以上の差が開いている。日本では宇井伯寿の 466.BC-386.BC 説、中村元の 463.BC-383.BC 比較的新しい年代の 2 説が広く知られている。

2013 年、ルンビニに紀元前 3 世紀、アショーカ王が釈迦生誕地に建立したとされる寺院の下から、同様の規模を持つ柱を立てた穴や木炭片が発見された[]。年代測定により紀元前 6 世紀のものであること、穴が掘られたのは紀元前 800-545 年ごろと比定され、釈迦の母親が里帰り出産の途中、路上で産気づいて樹木に掴まったとされる伝承と符合する考古学的な物証が得られた形になっている。

伝承によれば釈迦の入滅後、もっぱら暗唱によって伝えられた釈迦の教えを確認するべく 500 人の比丘が集合して(五百羅漢)第一回目の**結集 samgīti संगीति** が行われたとされる。いっぽんに仏典結集とも称されるが、原始仏教は、のちに**不立文字**が禅の教義として確立されるように、文字で書かれた経典を成していない。

その後、釈迦入滅後 100 年目に、口承によって乱れた教義を確認する**第二結集(七百人結集)**が実施されるが、こののち「根本分裂」と呼ばれる教団の分断が発生し「上座部」と「大衆部」に分かれる過程で、文字で書き記された経典が成立したと考えられる。さらに 100 年後つまり釈迦入滅後 200 年、マウリア朝の第三代アショーカ王の治世下 (268.BC-232.BC) に**第三結集(千人結集)**が実施される。

この時期のパーリ語経典は、僧の生活規則などをまとめた**律藏 Vinayaṭṭaka** 釈迦本人の教え(法)をまとめた**経藏 Sūtraṭṭaka** 経典に対する注釈である**論藏 Abhidharmaṭṭaka** の**三藏 Triṭṭaka त्रिपिटक**に編纂される。

このうち仏説とされる**経**は定型の韻文詩であり、釈迦自身の言葉という以上に、それを文字を用いる正確に記憶、暗唱するための**歌誦**の性質を持っていた。この詩に対してコメントを付す**論**=アビダルマは散文で記されている。のち、後 2 世紀以降、仏典の漢訳が進むが、漢語に訳された仏典においても、詩は詩に、論は論に訳されていることに注意しておく。

初期仏教が教義を文字に残さなかったのと並行して、具象の信仰対象が少なかった事実も広く知られる。原始仏教期に仏像は作られず、法輪、菩提樹、仏足石などの表象が象徴的に釈迦牟尼を表現していた。



Fig.4 法輪(左) と仏足石 (右) 前1世紀、ガンダーラ)

Fig.4 に現存する比較的古い時期 (1 C.BC) の「法輪」ならびに「仏足石」を示す。いずれも釈迦入滅後数百年を経ており、こうした車輪や輪軸をゴータマ・シッダールタ本人が念頭に置いていたという保証は全くない。ただ、紀元前1世紀時点での「法輪」はスポークが16本あること、「仏足石」には「法輪」と思しい円環が描かれるが、5重の同心円構造と、文様化された無数のスポーク状の細線が観察され、決して「八正道」などと整理された対応がついていたわけではないことは見て取れる。

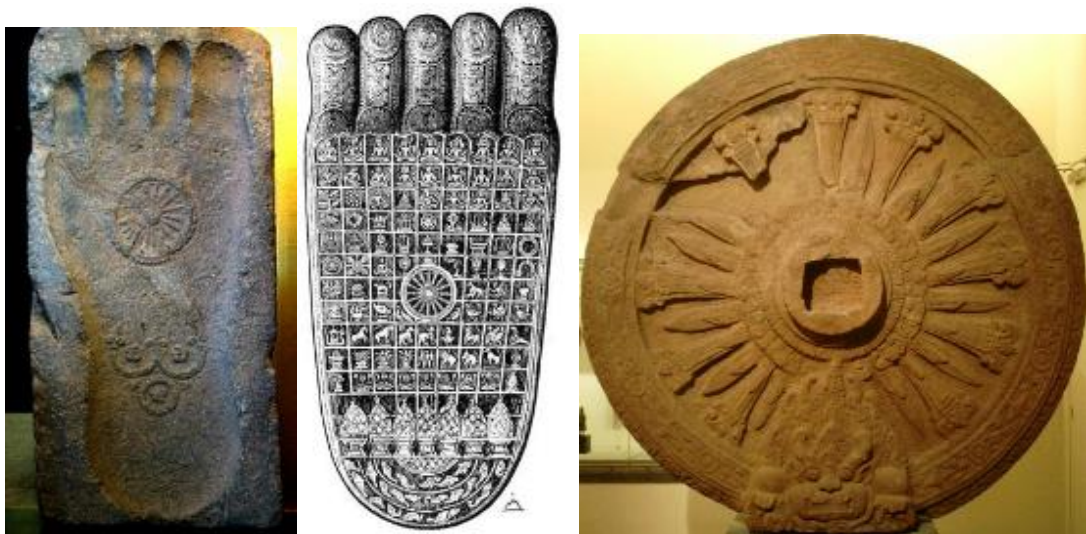


Fig.5 仏足石 (左:1世紀、ガンダーラ 中:8-12世紀) と法輪(右:8世紀、ビルマ)

時代を下ると、仏足石は「法輪」は文様がより装飾的になるとともに、足の裏全体のデザインが考慮され、AD8世紀-12世紀とされる作例では、後述する「曼陀羅」同様、方陣が組まれ仏像が分布している。

またやはり AD.8 世紀ビルマの法輪は、花卉のような装飾性を持つ 12 本のスポークの中心に四角い車軸の穴が穿たれている。

ここで設定不良問題を一つ提起しておこう。釈迦が考えた「車軸の穴の隙間」とはどのような形状のものであったのだろうか？ Fig.4 に示したガンダーラの作例は、あくまで象徴的な「法輪」で、その時代その地域で用いられていた現実の車輪を反映していない。

車輪の発明は紀元前 5 千年紀メソポタミアに遡るとされる。とくに青銅器文明期にあたる紀元前 2000 年ごろ、スポーク型車輪を具えた戦車「チャリオット」が中央アジア・ステップ高原のシンタシュタ文化圏、現在のカザフスタン北部で発明されると、平地伝いに共に急激な普及を見せている。

紀元前 1600 年紀には早くも沿海州、1500 年紀にはインダス川文化圏、1300 年紀には小アジア（「ヒッタイト」帝国として興隆）からエーゲ海沿岸／バルト海沿岸、1200 年紀にはガンジス川流域に到達した事が確認されている。



Fig.6 左: メソポタミア、チョガ・ザンピールで出土した木製車輪：BC.1000 年紀ごろのものを補習。イラン国立博物館。

Fig. 7 21 世紀にも伝わる伝統的な木製チャリオット車輪の製造。インド東部、ベンガル湾に面したオリッサ州プリーのチャリオット祭典の準備。[13]より。

ヴェーダは多頭の馬が弾くラタ Ratha 戦車に乗って天を翔る

ゴータマ・シッダールタが念頭においた「車軸」の「穴」がどのような形状であったかを知る手立てはない。また一通りに定まるものでもない可能性がある。ここでは「苦」はその幾何学的形状の検討が可能であるという問題を指摘して、議論を進めよう。

6 放射状の平等と民主主義・・・アルカイル「天文台車輪都市」

1987年にカザフスタンの西、南ウラルのアルカイルで発見された青銅器時代シタシュタ文明の都市遺構は、車輪型城塞という顕著な特徴を持っていた。アルカイル城塞はアーリア民族の元宗教たるヴェーダないしアヴェスターの語る宇宙のモデル＝聖なる都市の原型を共有するものがあった。

アヴェスター聖典ヴェディヴダード Vedicdard は、ゾロアスター教の最高神アフラ・マズダー Ahura Mazda が最初に語り掛けた人間として「ジャムシード王」アヴェスター言語では「イマ Yima」（音訳されて『閻魔』）の名をあげる。

アフラ・マズダーはイマ王に雪が解けて激しい嵐が来襲することを告げ、彼に多重の同心円状の「囲い Vara」を作るよう助言する。イマ王は大宇宙の構造に従ってそのような囲いをつくり、そこに2000人の人々が住む「中宇宙」としての「都市」を築いたとされる。

発見されたアルカイルは日干し煉瓦と土塁、木材の壁を立て、それを経巡らせた三重の同心円状の構造を持つ。また中央の円内は長方形の広場となっていた。こうした2重～3重の同心円構造は大地の周辺を太陽と月の軌道が経めぐる様と容易に対応する。



Fig. 8 左：発見されたアルカイル遺跡。右：資料から復元された想像図 [14]より。

これらの遺構を幾何の観点から観察すると、3つの点が注目に値する。現代の表現を用いるなら動径方向、偏角方向ならびに鉛直方向の特徴である。まず動径方向について、大まかに、中心第一周の「囲い」の円の半径を r_1 とするなら、第二周の半径 r_2 は

$$r_2 \approx r_1 + 2r_1 = 3r_1$$

にあたること。つまり中央集会場に相当する部分の直径が、壁の厚さや通路など誤差を含めて環状のコンパートメントの長さに近くなっていることが解る。

同様に第三週の半径を r_3 とすれば

$$r_3 \approx 3r_1 + 2r_1 = 5r_1$$

となり、次に触れる中心角の分割とあわせて、コンパートメント一つ一つの面積が、ほぼ等しく割り振られる、いわば「放射状の平等と民主主義」が成立していたことが示唆される。カザフスタンで発見された同様の遺構はみな等しく、こうした特徴を持っている[15]。

アルカйм遺跡建設に 300 年ほど先立つウル・ナンム法典ではすでに、平等の原則と、秤量される銀を単位とする損害賠償の詳細な規定があり、アルカйм遺跡内からも冶金工場の跡が確認されている。

ちなみに半径を内側から順に加えれば、半径そのものはフィボナッチ数列状の増加列となることにも注意しておく。むろん、実際の遺構は必ずしも等分割でない部分も多く、複数のコンパートメントを一人の実力者が占有するなどの可能性も考えられ、経年破壊で定かでない部分も多い。

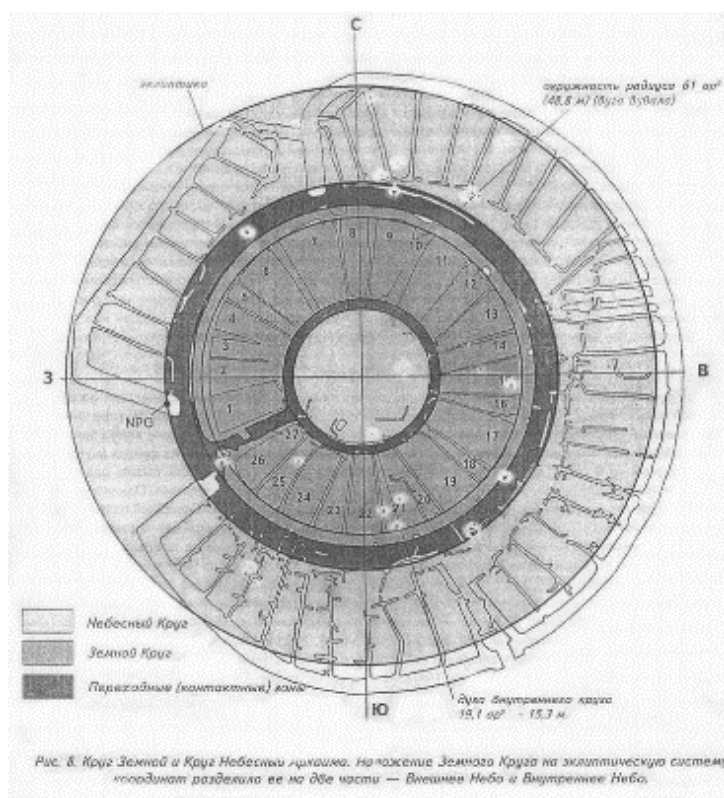


Fig. 8 アルカйм遺跡の復元図面。[]より。

だが、この城砦を作り出した人々、ないしその文化が、等しい長さを切り出し、またそれを大地に記す**太古のコンパス**すなわち**縄**と**尖筆**の文化をもっていたことは間違いない。それ

らなしには、これらを**作図**することも、木材を切り出し都市を建設することも不可能だからである。さらに、**都市そのものが天文台ないし天体観測装置**として機能していたと考えられ、そのためにも正確な施工が必須不可欠であったと思われる。

これはまた、これらの文化を生み出した人々の多くが粘土板に尖筆を押し当てる**楔形文字**を使用していた事実ともよく符合する。アルカイク遺跡からは文字資料は現時点で発見されていないが、建設とほぼ同時期のバビロニアではハンムラビ王の統一があり、法典が残されていることから、この時期の文字の使用は十分に考えられることも付記しておく。

アルカイク遺構から第二に知れるのは、円を扇形に切り出す**中心角の等分割**である。また、その軌道に沿って建てられる巨大な石材は方形に切り出されており、当初から**円周は線分によって近似的に再現**されていることに注意しておく。

内周についてはコンパートメントは基本的に 32 等分、外周については 64 等分されて作図され、目的用途に応じて変形されていったと考えれる。

またここで現実の**地面上での「作図」作業**も検討しておこう。いうまでもなく、このように巨大な遺構全体をゼロから作図することはありえない。これらはまず、別の場所で地面（あるいは粘土板）に**尖筆あるいは砂文字**で描かれた**小図面**によって設計されたはずである。

プランが確定したのち、こんどはその小図面を予定地に現実に**小さなスケールで作図**し、それを**比例拡大する相似形**の概念が無ければ、このような建築を施工することはできない。

もう一つ重要なのは**工法**である。設計図上では円周であるが、現実には**木材と土壘**でこれを**近似的に構築**しなければならない。

そこで必要になるのは**与えられた長さを斉一な単位に分割**して**部材**の単位を割り出す算術である。ここで私たちは再び**ユークリッドの互除法**と出会うことになる。

大局的なプランと細部の**施工図面**とは原則として別のものになる。もう一つの不確定要素は木材のサイズで、意に任せる大型の材木が自在に採れるわけではない。アルカイク遺跡の直径は約 170 メートルであるから、外円周は 544 メートルほど、単純に 64 等分すると 8.3 メートルほどで、畳 4 枚半ほどを並べた長さとなり居住性に適したスケールであることが解る。半径方向の長辺は 30 メートルほどになるので、仮に 64 等分すればコンパートメント一つあたりの面積は 240 平米程度と考えられる。また**外壁の高さが約 5.5 メートル**あるので、おのおのを二階建て以上に分割することも可能だったであろう。ちなみに 21 世紀の日本で理解されやすい換算を進めるなら約 72 坪に相当し、そうとう贅沢な間取りが可能であることが解る。現実の分割は外周が 39 か 40 程度、内周は 27 程度で、より大きな単位での集住であったことが知れる。100 単位の大家族集住もあながち不可能ではなく、アヴェスターの伝える 2000 人という数字は決して誇張でないと考えられる。

こうした個々の区画にあって、**与えられた長さの空間を充填するために単位となる長さ**を割り出し、**計画的に樹木を伐採、材木を切り出し施工**する必要が常時発生することから、このような城塞を建築するために**互除法の知識はほぼ間違いなく必須不可欠**であったことが、遺跡の構造から、かなりの確度で推定できる。この場合「除算」は文字通り「除く」算術で、墨縄のような紐で剰余を測りとり、それが無くなるまで行き着けば、貴重な木材で端切れを出さず、精緻な建築施工が可能になったと考えるべきだろう。

この事情は、後述する**ジグurat**の日干し煉瓦による建築ではより如実となる。**日干し煉瓦レンガ積みはタイルによる埋め尽くし問題**そのものにほかならない。

さて、周知のようにデニス・シュマント＝ベセラは、**文字の起源**が「書き文字の音符」ではなく、それ以前に**数詞**とそれを表すトークン、ならびに**天文や幾何の測量**を記録する**作図と砂文字等の筆算**である事実を明らかにしている。[16]

トークンや古拙文字が現れるのは紀元前 35 世紀ごろのメソポタミア、**ウルク文明期**であり、それから 1000 年ほど下った**ウル・ナンム法典**では高度な平等の原則、ならびに**ハンムラビ法典**に見られるような**復習法ではなく**、歯一本の棄損に対する銀の量と目一つに対するそれが釣り合う、といった比率をもった**高度な定量的損害賠償システム**が成立していた。逆に、ハンムラビ法典の復習法が成立するためには、他を圧倒する強大な武力を有する**専制王権の確立**が必要であった。さもなければ、復讐が復讐を生むバルカン状態が現出し、部族の存亡に直結したと考えられるからである。

アルカウム遺跡は、その構造そのものが、**圧倒的な専制権力が発達していなかった**こと、あえて言うなら**太古の民主主義**を具現していることに再度注意しておく。

約 50 あるコンパートメントは、外周と内周に差があり、そこに階級の違いがあった可能性は考えられる。だが、これだけの大規模かつ高度な建築物を設計、施工し、産業的にも、また軍事的にも維持してゆくためには、統一的な意思決定と、それに基づく全員の協力が大前提で、それなくしてこのような偉業がなされることはありえない。

極めて平等な角度分割によるコンパートメントの割り振りから見ても、アルカウムの部族国家が一種の民主制を敷いていたことはまず間違いない。1911 年、パリで不思議な夢を見たイゴール・ストラヴィンスキーは、それに基づくバレエ作品を興行師のセルゲイ・ディアギレフ、舞踏家のヴァーツラフ・ニジンスキーと構想し、仮想的な「古代ロシア」の太陽信仰をもとにバレエ「**春の祭典 Sacre de printemps**」を製作、上演してセンセーションを巻き起こした。

だが、実際の古代ロシアで花開いた文化は 20 世紀のバリジャンが想像したバーバリズムというより、はるかに精緻な**幾何と天文、冶金と治水灌漑に基づく、高度な民主平等社会**であった可能性を指摘しておくのは、意味のないことではないだろう。

7 ジググラトとストゥーパ:チョガ・ザンビールからファヤス・テパへ

先に紀元前 10 世紀ごろの木製車輪が出土した現場として、イラクのチョガ・ザンビール遺跡に言及したが、チョガ・ザンビールは日干し煉瓦によって構築された巨大なジググラトである。



Fig.9-a チョガ・ザンビール遺跡の全景。[17]より。



Fig.9-b(左)レンガ積み工法の成立は「ユークリッドの互除法」が設計上の前提となる。

Fig.9-c(右) 四辺形が目立つジググラト内には正門の遺構も確認される。[17]。

チョガ・ザンビールは紀元前 1240 年ごろエラム王ウンターシュ・ナビリシャによって建設され、紀元前 640 年ごろアッシリア王アッシュールバニパルの侵入によりエラムの滅亡とともに破壊され原型を留めない

だが、未使用の日干し煉瓦が大量に残り、いまだ建設途上であったと考えられている。現存するジググラトの中ではもっとも保存のよいものとして世界遺産登録されたが、上層については 5 層存在し、下層同様に四辺形であったと考えられている。チョガ・ザンビールは宗教的な祭祀が中心で、商工業都市としては発達しなかったと考えられている。しかし、ここでの「宗教」には、社会的問題の解決、法、裁判といった事柄から、暦の決定を含む神託、

病気の治療、悪天候など天変地異への対策など、今日的な科学的事実とメカニズムが知られていなかった自然科学と人文社会知の大半が関わりうることを指摘しておく。

とりわけ、神格に太陽や月、金星などが関係づけられていたことから、より直接的には暦の決定、天体観測が密接にかかわっていた可能性を念頭に、アヴェスターの「車輪型天文台都市」アルカームと比較してみよう。紀元前 2000 年紀のアルカームは直径こそ 170 メートル、面積にして 2.2 ヘクタールほどを占めるが、高さは 10 数メートルに過ぎない。これに対し、紀元前 1300 年紀のチョガ・ザンピールは 1 ヘクタールほどの面積に、現在の遺構でも 25 メートル、最盛期には 60 メートルほどの伽藍がそびえていたことになる[18]。チョガ・ザンピールはアルカームとは全く違った巨大な摩天楼の印象を与えたに違いない。

他方、メソポタミアは今日に続く 60 進法、360 進法の故地であり、より詳細、正確な計測と「作図」がなされていた。機器は必然的に一定範囲で小型化する必要があったと考えられる。すなわち、記録する尖筆の鋭さと、観測の分解能の限界に対応する円周の長さが必要と考えられる。

紀元前 2000 年紀のアルカームは建物そのものが円形で、主として月と限られた惑星、恒星だけが観測の対象になったと思われる。これに対しメソポタミアの天体観測は、象牙の盆に蜜蠟を溶かして作った特殊な「粘土板」に星の位置を記録したり、そこに演算を施したことが知られる。観測装置はより大規模であった可能性があるが、建物を円形に建設してそこから月や金星を目視するよりは遥かに精巧な天体観測が、恒星の位置測定や「星座」の概念を生み出していったと考えられる。

紀元前 1200 年紀から建設が始まったエラムのジググラトは、中心のそろった四辺形を積み上げる構成を取った。盛り土と日干し煉瓦を主要な構築材として安定な構造を高層に積み上げる上では、大型の基壇を直方体の**単位要素**を堆積するほうが安定する。そうした技術的要請から四角形が選ばれたものと思われる。



Fig.10-a(左) ブリュエゲルの「バベルの塔」 1563 Fig.10-b(中央) ローマのコロッセオ
Fig.10-c(右) バビロンのジググラト エテメンアンキ É-TEMEN-AN-KI 遺跡

フランドルの画家ピーテル・ブリューゲル(1525?-69)が描いた「バベルの塔」(Fig.10-a)は広く知られるが、原画は画家がローマ滞在中に着想を得たもので、キリスト教の迫害を象徴する建物としてコロッセオ(Fig.10-b)が選ばれた。それを円錐らせん状に天に伸ばしてゆく発想がどこから来たのか、知る由もないが、偶然にもアルカイムの車輪都市と本質的に同一の幾何的構成となっているのは興味深い。形状としてそれ以外に方法が考えにくい事が、紀元前 2000 年世紀と 16 世紀ブラバントのフランドル画家に類似の構造を選ばせている。

ブリューゲルの描く「塔」は、いかにも「古代」を感じさせるが、その細部は随所にアーチやヴォールトなどローマ石造建築ないし焼成煉瓦構築の特徴をもち、紀元前 6 世紀のバビロニアの建築材(日干し煉瓦)と工法で実現することは出来ない。現存するバビロン神殿のジググラト、エテメンアンキ E-te-men-an-ki「天と地の基礎となる建物」の意)は正方形に近い基壇跡を残している。

これらと時代的にはかけ離れるが曼陀羅研究でよく知られた建築物にチベットの都市ギャンツェに立てられたパンコル・チョーデ Panchol Chode 白居寺の仏舍利塔 パンコル・チョルテン Panchol Chörten がある。1950 年以降の中華人民共和国のチベット侵攻で多くの仏教寺院や仏塔が破壊されたが、それを免れた最大の仏舍利塔として知られるのがギャンツェのパンコル・チョルテンである。森雅秀らの詳細な研究により、この仏舍利塔は建築物そのものが「カーラチャクラ」などの曼荼羅構造を持つことが解明されている。[12]



Fig.11-a(左)パンコル・チョルテン b(右)パンコル・チョルテン第1層の平面図[19]

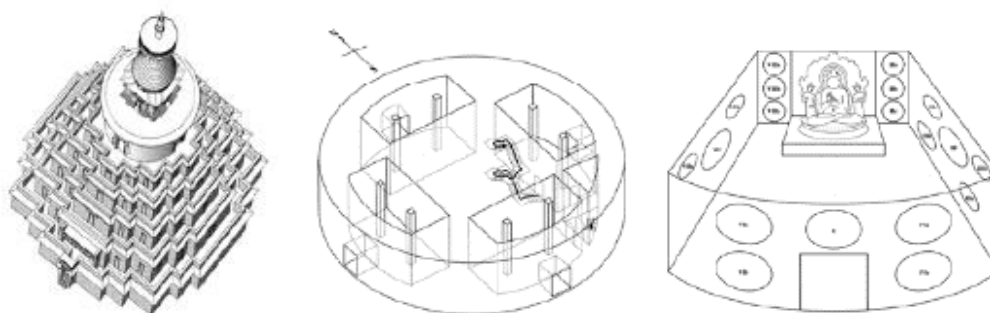


Fig.11-c(左)CG による俯瞰図 Fig.11-d,e(中、右)第五層と金剛界曼荼羅の分析[20]

ギャンツェ自体が破壊を免れたわけではなく、1904年の英国軍の攻撃、1959年中国軍の侵攻などで部分的に破壊されているが、修復され今日に至る。

パンコル・チョルテンを含むパンコル・チョーデ（白居寺）の主要部は初代パンチェン・ラマ(1385-1438)を指導者に1418-28年にかけて建立され、チョルテンは1427年から建造が開始され37年に一通りの完成を見た。

パンコル・チョルテンは10層13段からなり、高さ34メートル、108の門を持ち、76の瞑想室を持つ「3次元化された曼荼羅」で現存するチベットの仏舎利塔の中では最大の規模を持つ。第0層は入り口であり、以後第1層20室、第2層16室、第3層20室、第4層12室、第5層4室、第6層から第9層まで各一室で4室、合計76室の瞑想室を持つ。

こうした建築物を設計施工するのに、高度な技術が必要不可欠であるのは言うまでもない。と同時に108の入り口、各層の瞑想室の個数が4の倍数であり、正確に東西南北の方向を向いて配置されていることなど、建物全体が「曼荼羅」そのものであり、また曼荼羅が示す所の宇宙観を具現していること、さらにそれ自身が「仏舎利塔」すなわち「墓」Stupaという宗教的な特徴を持つことに注意しておく。さらに、それらが精緻な設計図を準備して構築されたことは建築物の複雑さと構造的安定性の両立という観点から疑いの余地がない。

Fig.11-bの第2層平面図に示されるように、各第2層から6層までの瞑想室は回廊に沿って周状に分布し、天から見て複数の修行者が上下に重なって見えることがない。第7層以上の建物は円筒形で、鳥観図では「同心円」を描き、最高層に仏舎利が安置されるという教義上での「完全な対称性」が実現している。

方形の基壇を積み重ね、その上に同心円筒を堆積する形状は、平面に描かれた曼荼羅にカッターで適切に切れ目を入れ、それを「ちょうちん」状に釣り上げたような形状であり、建築物が曼荼羅の三次元化というのみならず、曼陀羅が設計施工図であり、設計施工図が曼荼羅であるという、驚くべき「教理の幾何学」を成立させている。

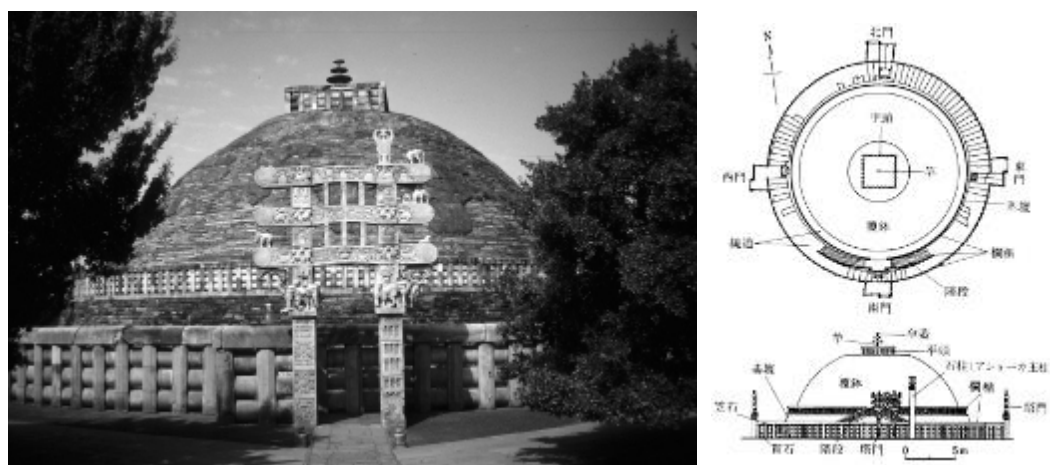


Fig.12-a(左) アショーカ王期サーンチーのストゥーパと-b(右)その鳥観断面図。[21]

8 天円地円と天円地方…変容するストゥーパ

このようなストゥーパの構造はどのように成立したのであろうか？ 本稿の趣旨は建築史的な実証ではなく単純な幾何に基づく分類と、それらに基づく進んだ研究とりわけ機械学習などデータ駆動科学の手法を用いた取り組みの整理にあり、それに必要と思われる事例をいくつか取り上げたい。

現存する最も古い時期の仏舎利塔＝ストゥーパは紀元前3世紀、アショーカ王期(268.BC-232.BC ごろ)に建築されたサーンチーの仏舎利塔群である。

当初は焼成煉瓦による現在の半分程度の大きさの半球ストゥーパであったが、1世紀後のシュンガ朝期に拡張工事が行われ、これを覆う石の「覆鉢」が設置された。現在は基壇円の直径が約36メートル、覆鉢の高さは16メートルほどである。

この鉢の上部には正方形の平面が切り出され(「平頭」) そのエリアに仏舎利容器を収められる。「平頭」の中心には「傘竿(さんかん)」と呼ばれる竿が鉛直に立てられ、その最上部に「傘蓋(さんがい)」と呼ばれる蓋が載せられる。

東西南北の四方には石造りの塔門「トーラナ」が設えられ、仏教説話を描いた膨大なレリーフが施されている。これらは文字を介さなかった民衆信仰者に教義を説く「絵解き」として機能したものと考えられる。

ここで改めて Fig.12-b を先入観なしに眺めれば、四方の門を別として、基壇から平頭、傘竿・傘蓋に至るストゥーパの「共軸構造」が「車輪」と同様であることに気づく。単に円形であるのみならず「傘竿」という形で「軸」があらわに通されている。ここではとりわけ「平頭」という形で、鳥観図上同心円構造の中に正方形が埋め込まれていることに注目しよう。



Fig.13-a(左) 自転車のチェーンホイール[22] (右)大八車の車軸 [23]より

仮にストウパーの平面図を「車輪」と見做すなら、正方形の「平頭」は車軸を通す穴に相当する。傘竿が意味する「軸」は幾何的な意味での点、すなわち概念的、理想的な軸であるのに対して、実際の車輪には車軸を通さねばならない。

Fig.13 として近現代の輪軸とシャフトを示す。21 世紀の自転車に用いられるチェーンホイールは Fig.5 に示した 8 世紀のビルマの法輪石同様、車軸が四角く切り出されている。また江戸時代から高度成長期直前まで一貫して日本で常用されていた大八車の車軸にも、空転しないよう四角く車軸を整形したものが観られる。古代における車軸の断面形状についてはのちにサルゴン 2 世のチャリオットで検討することとして、ここではストウパーの幾何的形狀に議論を戻す。

ゴータマ・シッダールタ本人がどのように「車軸」の形状を考えたかは定かでないが、いまだ仏典結集 3 回目、口伝の聞き覚えの口承も、釈迦が話した同じ言語で未だ残っていた可能性がある。仏舎利を収める墓はあくまで「車輪」の形状でなければならない。

その中心は抽象的で物質的な実在はないが、点として厳然と示すことが出来、その四圍には東西南北に「正しく直角・並行」かつ同心円と共軸な正方形が「平頭」平面に切り出され、そこに釈迦本人の人生の「苦」の支持体であった遺骨が安置される。

アショーカ王は「輪転聖王」Chakravarti の法 Dharma に基づく仏教統治のひな型と見做される。「輪転聖王」概念そのものがアショーカ王の時期に確立されていたかは定かでないが、アショーカ王期以降に建立されたストウパーの構成や、彼自身が建立した円柱碑（アショーカ王柱）はメソポタミアで発達しなかった「ろくろ」の技術と、それに長じていたアショーカ政権の技術水準を物証する。エジプト～ギリシャで発達した「円柱」の切り出しには正確な軸で回転するろくろによる石の研磨が不可欠だからである。そのような意味でアショーカ政権のマウリア朝はヘレニズムの影響を受けていた可能性も検討され得るだろう。



Fig.14-a(左) 輪転聖王として描かれるアショーカ王 [24]

Fig.14-b 右 バイシャリのアショーカ王柱、仏舎利塔の随獣としてライオンを頂く [25]

サーンチーのストゥーパは 1812 年に英国の調査チームにより発見されたが、本格的な修復は 1912~19 年にかけて行われたもので、初期の形状を比較的よく保つと思われる。

またバイシャリのアショーカ王柱は 250.BC ごろの状況をほぼ保つと思われ、ろくろで切り出された円柱が軸と鉛直な平面で積み重ねられ、上端に四角い「平頭」にのったライオンを頂く。これらの技術はサーンチーのストゥーパを建設するのに必要な設計の幾何と施工の建築技術を物証している。この時点でのプランは

「円形基壇→半球／円塔類オブジェ→水平方形上面→灌頂オブジェ」（天円地円）

という積み重ねの構造を守っており、チベットや中国に伝来して以降の密教が描く曼荼羅、あるいはパンコル・チョルテンのように

「方形基壇→方形／半球／円塔類オブジェ→水平方形上面→灌頂オブジェ」（天円地方）

という、入れ子構造の逆転は見られない。インドにおけるこの逆転は、アショーカ王に次いで古代インドで仏教を保護したとされるクシャーナ朝カニシカ王（在位 AD144-172 頃）の時期に見られる。

ギリシャ語の Θέρμος *thermos* 熱い場所の名を持つバクトリアのテルメズは、現在ウズベキスタンの最東南端に位置するアムダリア川沿いの都市である。東にはタジキスタン、アムダリア川を挟んだ対岸はアフガニスタンで、古くから交通の要衝、また東西文明の十字路として栄えた。1978 年からのアフガニスタン紛争ではソ連の駐留基地も設置されている。

テルメズはその名の通りギリシャ系のバクトリアとして発達しマケドニア王アレクサンダーの東征との関連も指摘される。ヘレニズムの影響が強い土地であるとともに、東方遊牧民である月氏、大月氏に起源をもつクシャーナ（貴霜）朝（AD. 80 ? ~273/375）の支配を受けた。

最盛期を現出したカニシカ王はバクトリアからアムダリア川を渡り、東南にヒンドゥークシュ（インド人殺し）山脈を超えてデカン高原側に抜けたカーブル川沿いの要衝プルシャプラを王都とした。この地域は古くからガンダーラ王国として知られた土地であり、その名はヴェーダにも表れる。カーブル川に沿って東に進めばインダス川を渡ってカシミール地域となり、2021 年時点でもインドとパキスタン+中国の間に鋭い緊張関係が続いている。



Fig.15-a(上) カニシカ王期、ファヤズ・テパの仏舎利塔

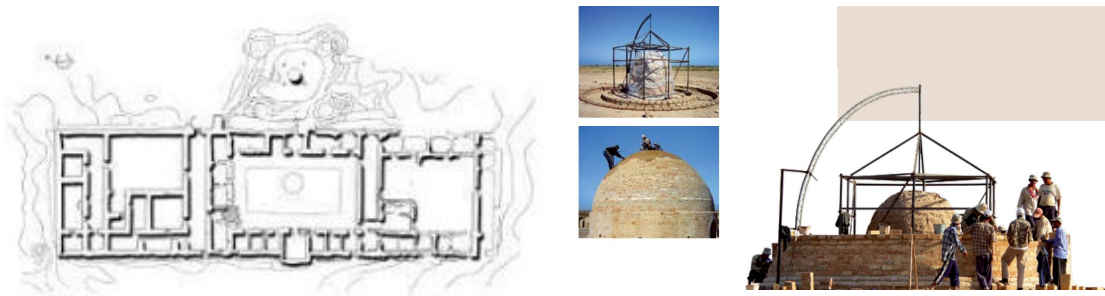


Fig.15-b 左 ファヤズ・テパの平面図

15-c 右 ファヤズ・テパの「覆鉢」修復時に姿を現した「同心球」小ストゥーパ。[26]

テルメズのファヤズ・テパ・ストゥーパは2世紀、初めは日干し煉瓦の小さなスケールで建立され、3世紀ごろ、サーンチーのアショーカ王ストゥーパ同様、覆鉢が取り付けられて現在の構成になったと考えられている。一見してあきらかなように、ここには**天円地方**の構造が確認される。

1963年に再発見されるまで完全に忘却され、ササン朝とイスラムの侵入で二度にわたって破壊されたのち、そのままの状態に風化に任されていたと思われ、極めて興味深い古代の特徴を残している。その中の一つは、解体修復工事の時点で確認された、内側の小ストゥーパ表面に描かれた「法輪」などの文様である。イスラムの破壊を免れ、1400年ほどの間保存され続けてきた「法輪」は、極めてリアルな「車輪」として描かれているとともに、写真が不鮮明なため断言できないが、少なくとも9本以上のスポークを持っており「八正道」などの教説と関連づけられた装飾化はなされていないように見える。



Fig.16-a(左)ファヤズ・テパの同心球小ストゥーパに描かれた「法輪」などの文様[27]

16-b(中) ブッダガヤ 大菩提寺院のストゥーパ。6Cグプタ朝期[28]

16-c(右) サルナート「初転法輪」寺院のストゥーパ。6Cグプタ朝期[29]

元来は天に向かって正しい車輪の軸を通すのがストゥーパであるが、やや細長い半球体の側面に車輪が描かれているのは興味深い。うがちすぎかもしれないが、これではストゥーパが水平移動しかねない。文字通りチャリオット同様の「車」で、この小ストゥーパが封じ込められた2-3世紀西域での仏教観の貴重な史料となっている。

一般にこの時期この地域、すなわちクシャーナ朝期の西域から「仏像」への崇拝が広まったと語られる場合が多く、実際ファヤズ・テパからも美しい三尊像などが発掘されているが、ここに見るストゥーパと法輪観は概念においてはきわめて抽象的、また車輪の描き方としては完全に具体的であることに注意すべきであろう。

これを他の時代他の地域のストゥーパと比較すれば明らかに対照的である。仏教の四大聖地と呼ばれる、悟りを開いたブッダガヤ、大菩薩時のストゥーパ (Fig.16-b) は紀元後500年代グプタ朝期に作り直されたものと考えられるが、天円地方の構成となっている[30]。

釈迦が初めて法を説き「中道」「四諦」「八正道」などの法を説いたとされるサルナート「初転法輪」鹿苑跡のストゥーパもグプタ朝期に建て替えられたものと伝えられる。長年ヒンドゥーの統治下であって荒れていたが (1911年のスケッチ Fig.16-c)、類型としては「天円地円」に近いが、そのシルエットからは「半球」を感じ取る事は困難である。

さらに中国を経て朝鮮、さらに日本に伝来した仏教では、天円地方というより、方形の伽藍ばかりが強調される五重塔 (Fig.17-a) 平安時代以降普及した日本独自の石塔で現在も普通に墓石として見られる五輪塔 (Fig.17-b) や板塔婆 (Fig.17-c) など、極端にデフォルメされており、元来の車輪や軸の正確さなどを感得することは困難であろう。



Fig.17-a(左)法隆寺五重塔。7世紀[31] Fig.17-b(中) 一遍聖絵巻七に描かれた五輪塔、12世紀

Fig.17-c(右) 同じく一遍聖絵巻七に描かれた板塔婆、12世紀[32]

玄奘三蔵は 629 年から 645 年まで 16 年にわたって西域に滞在し、大蔵経を唐に持ち帰ったが、イスラムの侵入直前のテルメズを訪れ、天山山脈を越えて目撃した最大の仏教伽藍と書き残している。だがそこに祀られた仏像は様々な点で原始仏教の原型から変質している。



Fig.18-a(左)ファヤズ・テバから発掘された釈迦三尊像。頭髪をリアルに表現。2世紀[]

Fig.18-b(中) 粘土製の菩薩像。ヘレニズムと螺髪 of 頭髪表現が繋がる。テルメズ出土、3世紀[]

Fig.18-c(右) 同じくテルメズで発掘された仏頭、螺髪表現が成立。3世紀[]

ファヤズ・テバの僧院から発掘された釈迦三尊像には「光背」がない。光背として表現された「正円」にこそ釈迦の本質があるはずだったが、ここには様式化された菩提樹の葉が、あたかもトーラス（ドーナツ）状に釈迦像を背後から包んでおり、光の環や車軸に繋がるなものも、すでにこの像から見出す事はできない。またこの釈迦三尊像は、表情のギリシャ的なリアルさが印象深い。釈迦の頭部が著しく大きく、デフォルメされている。ガンダーラ仏像はヘレニズム由来の「リアルな表現」を強調されるが、ここに見られるのは、多分に黄金比と思われるプラトンの調和観によって比例配分された、幾何学的なプロポーションの美と考える必要があるだろう。この点については本稿の末尾で再び触れることとする。

9 曼荼羅の回転対称性・・・ヴァジラヨーギニーの素因数分解

サルナートの鹿苑での最初の法話は、漢語では「**初転法輪**」と呼ばれる。これに対応するサンスクリットを見出すことができなかったが、最初の法話をして「法の車輪が初めて転がった」と記しているの極めて興味深い。

ここで釈迦が語った仏教の基本概念「**中道** Madhyamā-pratipad、**四諦** catur-ārya-satya、そして**八正道** ārya-aṣṭāṅgika-mārga の3者が、すべて数に関係していることは、必ずしも強調して論じられていないように思われる。

より踏み込んでいうなら、**中道**とは両極を配する**2分割**、**四諦**、**八正道**は言うまでもなく**4分割**、**8分割**であり、これらが**2のべき**であることをまず指摘しよう。

人生が輪廻の**苦**のなかにあり、その苦が**輪軸の不正確な調整**にあると考え、法輪が**初転**しはじめたというアナロジーを取るなら、**曼荼羅の幾何学**を念頭に、私たちはこれを**回転群**と結びつけるのが自然であろう。

中道が2分割の止揚にあるすれば、回転という操作に対して**二回対称**な図形を対応させて考える事が出来る。例えば半円は二回対称すなわち180度の回転を二回繰り返すことで元の形と重なり合う。我々は**ストゥーバの半球**に典型的にこれを見るだろう。

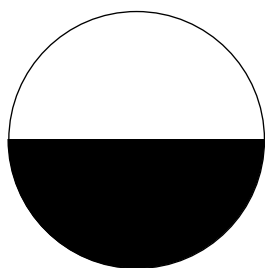


Fig.19-a(左) 二回対称性



Fig.19-b(左)ファヤズ・テパのストゥーバ

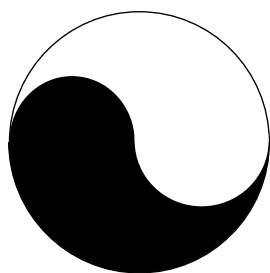


Fig.19-c(左) 二回対称性 太極図



Fig.19-d(右)韓国の太極旗、数理象徴性に満ちている。

同様に、四諦に対応する4回対称性と、対応するチベットの曼荼羅図案を対置してみよう。

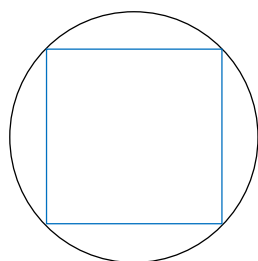


Fig.20-a(左) 4回対称性

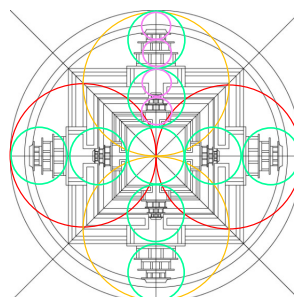


Fig.20-b(右) 4回対称性の曼荼羅図例とその分析

簡単に分析してみると、右の曼荼羅図は直径の5分割10分割等を含む精緻な作図で設計されていることが解る。チベットでは砂で曼荼羅が描かれる。それらは定規とコンパス、ダライ・ラマが指導するような砂曼荼羅では五色の糸をより合わせた縄尺のみが用いられ、すべてが正確に測られ、製図され、砂が置かれて、儀式が終わるとともに壊され、極彩色だった砂は混色により灰色となって川に流される。



Fig.21 a-d ダライ・ラマ14世によるカーラ・チャクラ砂曼荼羅の作成。[33]

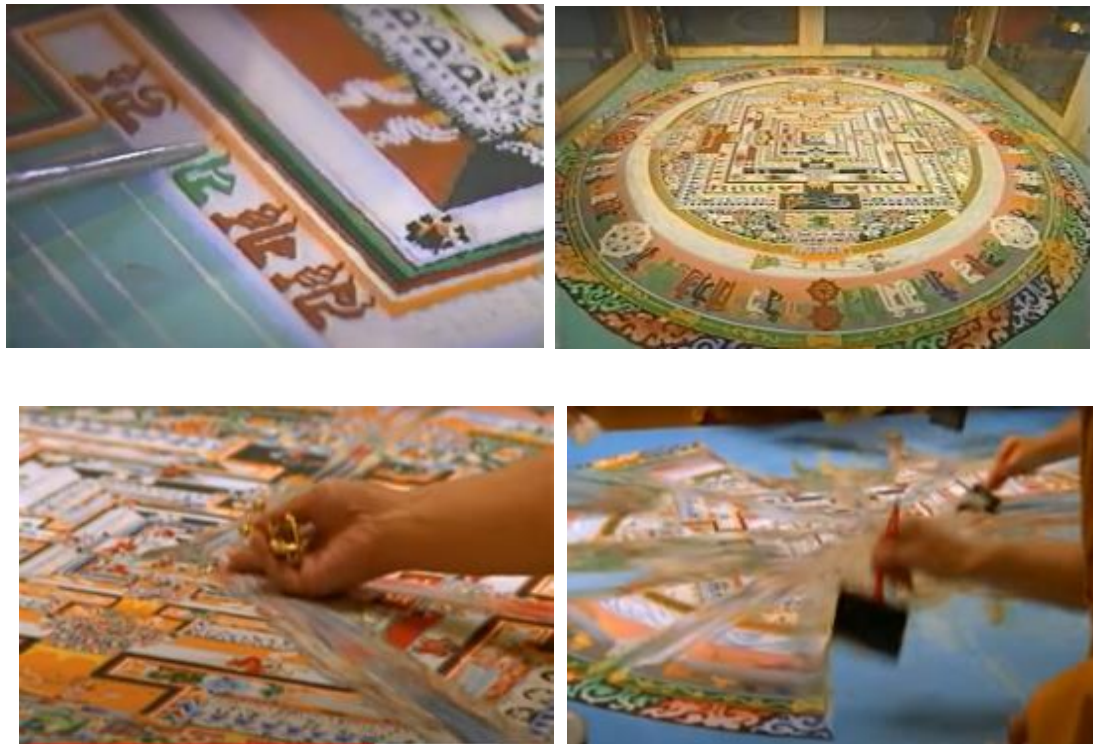


Fig.21 e-h ダライ・ラマ 14 世によるカーラ・チャクラ砂曼荼羅の製作と破壊。[33]

精緻を極める砂曼荼羅作成のプロセスは、基板上に LSI など半導体回路を形成するプロセスをすら想起させる。近代的な観点から砂曼荼羅を「美術品」のように考えると、作成し、儀式ののち直ちに破壊してしまう砂曼荼羅の儀礼は無意味なものに見えるかもしれない。だがこれを、精密に作図し、プロセッシングすること、そのものが重要と考えれば、砂曼荼羅の行為は極めて大規模な幾何と造形の演習でもあり、充実した物理や数学の演習のように、板書そのものに意味があるわけではなく、その行為を通じて関係したものが得るものが本質であり、唯一無二の重要な要素であると知れる。

筆者の専門である管弦楽や楽劇の大規模な演奏は砂曼荼羅の作成とよく似ている。大変な準備と労力、時間を掛けながら、本質的には一瞬で終わってしまい、あとには何も残らない。録音や録画などというものは、行為と出来事、経験の本質を殆ど一切伝えない。

曼荼羅の幾何学的対称性の議論に戻ろう。釈迦がサルナートで行った法話では

$$2^1 = 2, \quad 2^2 = 4, \quad 2^3 = 8$$

という三つの 2 のべきが選ばれていた。8 回対称性を検討してみよう。

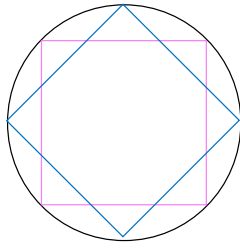


Fig.22-a(左) 8 回対称性

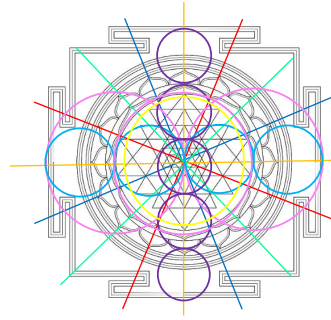


Fig.22-b(右) 8 回、16 回対称性の曼荼羅図例とその分析

網羅的というわけではないが、一定以上多くの平面に実現された曼荼羅を観察して、明らかに気づくこととして、2 のべきで回転対称性を持つことである。

本稿では、詳莫大な曼荼羅、ならびに曼荼羅研究の細部に踏み込まず、その幾何的特性に絞って大域的観察に焦点を絞って議論を進めるが、日本で一般的な両界曼荼羅（金剛界曼荼羅、胎蔵界曼荼羅）に共通して言えることは大域的な准対称性と、その特徴的な破れである。教王護国寺の両界曼荼羅は、いずれも縦の中心軸に関する反転について、弱い破れをともなう 2 回対称性、横方向の軸に関しては強い破れを伴う 2 回対称性が成立している。

4 回対称性については大域的には強い対称性の破れが観られるが、局所的には弱い破れにとどまり、8 回対称性についてはより局所的な成立が顕著、といった特徴が指摘できる。ただし個別の仏像には上下の別が明確であり、左右の弱く敗れた 2 回対称性が「両界」曼荼羅を本質的に特徴づけているというべきかもしれない。



Fig23 教王護国寺 両界曼荼羅

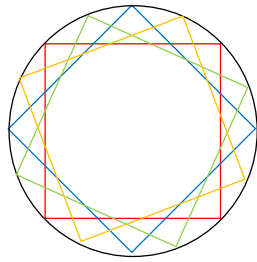


Fig.24-a(左) 16 回対称性

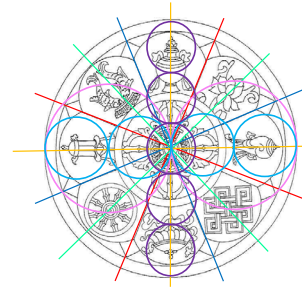


Fig.24-b(右) 16 回対称性の曼荼羅図例とそ

この観点からチベットの曼荼羅を観察すると、大半の曼荼羅が**2のべきの回転対称性**をもち、**固定された上下のない画像構造**をもつことが察せられる。

そんななかで、とりわけ日本には見られない特徴的な構造を持つものが数は少ないものの散見される。**3回対称性**を持つ曼荼羅である。2のべきの対称性を持つ曼荼羅は多様な名称と構造がみられるが、3回対称性を持つ曼荼羅はほとんどが**六芒星**の形像をもち、必然的に**6回対称性**を持つこと、またチベットの事例に関しては、その多くが**ヴァジラヨギニ・マンダラ Vajrajogini Mandala**と呼ばれていることが指摘可能である。

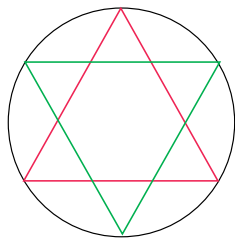


Fig.25-a(左) 6 回対称性



Fig.25-b(右) 16 回対称性を持つヴァジラヨギニ・マンダラ

ヴァジラヨギニとはなにか？ 漢訳經典では「金剛瑜伽尼」あるいは「金剛瑜伽佛母」と記される**女性のヨギ、女のヨーガ修行者**を指す呼称である。

仏教に初期から根強いジェンダーバイアスが存在することは周知の事実である。今日ではあらゆる宗教が「ジェンダーバランス」を説き、過去の歴史の修正に熱心な宗教、教派も珍しくない。だが「女人不成仏」あるいは「変生男子」といった表現から如実に解る通り、過去の短くない期間、仏教が男女の性に差を設けてきたことは厳然たる事実で、まずそれを認めるようなめるところから、すべてが始まるように思われる。

そのような観点から、改めて仏典に登場する3の倍数を検討してみると

三界＝欲界・色界・無色界

六道＝三善道＋三悪道＝天道・人間道・修羅道・畜生道・餓鬼道・地獄道

十二縁起＝無明＋行＋識＋名色＋六処＋触＋受＋愛＋取＋有＋生＋老死

など、悪趣に属する内容を含むものが頻見される。これらに関連する図像は3回対称性を持つ構造で描かれる場合が多い。



Fig.26-a(左) 6回対称性をもつ六道輪廻図 Fig.25-b(右) 十二支の描かれたト占図 [34]

ここでは特に「十二縁起」が「十二支」と関連づけられていることに注目しよう。すなわちこれらは、暦の進行と関連している点が共通している。時の経過とともに、いつまでもぐるぐると同じ「苦」すなわち軸の狂った輪廻を生き死にし続けねばならない状態と、12という数で特徴づけられる月日の経過とが関連づけられた可能性があるだろう。

輪廻転「生」において「産む性」であることを運命づけられ、月の満干で生理周期を持つ女性を、素因数3をもつ「12」で特徴づけられる対称構造のなかに具現する発想は、むしろ自然なことかもしれない。アヴェスターの宗教は、天体観測をホロスコープ、ト占などと直結する。またヴェーダは女神を高らかに歌いあげ、特段「女人不成仏」などとは言わない。

西欧ギリシャ世界では古くから、宇宙の秩序を表象する「完全なる立体」として正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体と正二十面体が知られた。プラトン立体などと総称もされるこれらの表面は正三角形、正方形ならびに正五角形の三種類のみである(Fig.27)。

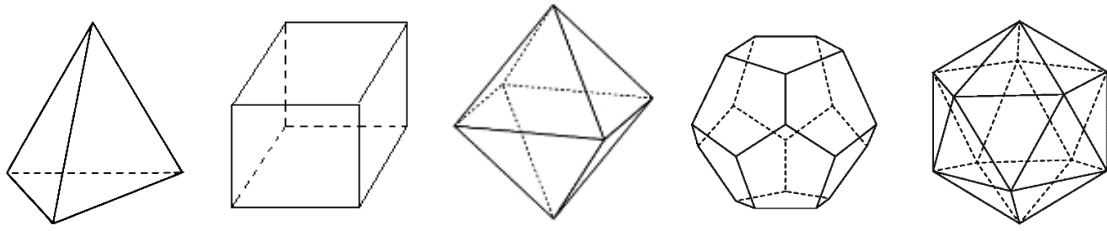


Fig.27-a 5種類の「プラトン立体」

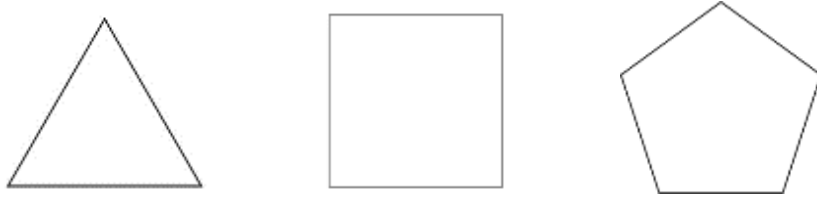


Fig.27-b 「プラトン立体」の面を構成する三つの正多角形：正三角形、正方形、正五角形

ギリシャ世界では極めて一般的なモチーフである「正五角形」であるが、チベットや中国の曼荼羅に関する限り「5回対称」な構図で描かれたものは極めて少ない。5という数字が忌避されるわけでないことは、大円の中を5等分して小円を配置する曼荼羅の図案が多い事からもおのずと知られるだろう。

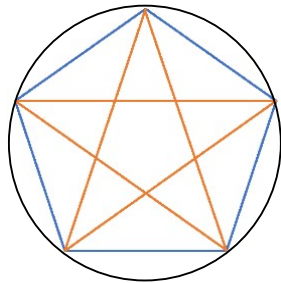


Fig.28-a(左) 5回対称性



Fig.25-b(右) 5回対称性を持つ「六転輪王マンダラ」[35]

極めて例外的な作例として、サキヤ派の名刹ゴル寺に伝わる「六転輪王マンダラ」2点の作例がある。ここでいう「転輪王」とはアショーカ王をモデルとする「転輪聖王」につながる「車輪の君主」であるが、そこに暦の数字六がつき、五角形の、どう見ても非対称的なマンダラが描かれている。素数5は、いかなる演算をもってしても2のべきに還元されることのない数である。5は当時知られた惑星の数として、また手指の本数として人々に親しい数であるが「六輪」聖王に素数5が割り振られた理由は、あきらかではない。

10 空飛ぶ馬車と完全円…輪軸とガンダーラのウイトルウィウス

…多彩にして、黄金色に輝き、よき車輪を持ちて疾走する車に乗れ
スーリアよ、不死の世界(車)に、夫君のため心地よき行列を用意せよ…

「婚姻の歌」リグ・ヴェーダ 第10 マンダラ、89 [36]

人類最古の聖典と言われ、口承で紀元前 1800 年代の歌唱をも伝えるとされるリグ・ヴェーダは、実際にひも解いてみるとテクノロジーとメカニズムに満ちた頌歌であるのに驚かされる。

上に歌われる「スーリア」は、太陽神の娘で、自身も太陽の女神であり、完全に正確な円運動で天を駆け巡る。そのためには、素晴らしい馬と完璧な車輪を具えた車とが必要不可欠であることをリグ・ヴェーダは幾度も強調して歌う。

…幸福をもたらすスーリアの金色の駒は、多彩に輝き、俊足にして
歓呼をもって迎えられ、恭しく天の背に乗れり
彼らは一日の中に天地を駆けめぐる…

「スーリアの歌」リグ・ヴェーダ 第1 マンダラ、115 [37]

これらの讃歌は、単に「宗教」的な内容を説くというだけでなく、「祭祀」として行われた可能性もある天体観測や、その解釈のための基本知識を、文字を持たない時代のアリア人たちに伝承させるものであったと理解すべきである。例えば太陽の若き女神スーリアは「完全な円運動」で正確に一日で地上と天界との間を駆け巡るが、そのためには「完全な車輪」の戦車、チャリオットが必要であるのは言うまでもない。

だが、車輪だけで車は決して進まない。車を走らせるためには**轆駄**が必須不可欠である。完璧な車輪を持つ戦車は**駿馬**に引かれて初めて威力を発揮する。それだけではない天界の駿馬は恭しく天の背に乗らねばならない。**天の軌道は完全なる円**であるとともに、完璧に平らな平面をもつ。完全な車輪が回転するには、**完璧な円周を持つ天の道が舗装**されている必要があった。

古代神話や宇宙観では天体や星座と動物がしばしば関係づけられ、あるいは同一視されるが、それは葬儀や、いけにえの動物を焼く「燔祭」によって天に送り届けられ、その証拠として星の形に留められている必要があった。

事実、星座は完璧な円軌道を描いて運動し、精密な観測から追って「周転円」といった補助的な車輪の動きすら観測されることになる。

また戦闘馬車葬として知られる、貴人とその戦車、馬、従僕の御者などが共に埋葬される例も、中央アジアを起点に、東は中国から西は欧州、ケルトの墳墓まで、馬の文化が普及した印欧大陸のあらゆる地域で発見されている。

神話や伝説は、その時代時期の尺度に応じて、定量的な科学として、技術として読み解かれるべき余地を多々残している。それは言語で記述された対象に限らず、図像や三次元的な形象を持つものについても同様に考えることが出来るだろう。

紀元前 6000 年紀のメソポタミアやエジプト、イランで初期の灌漑農法が行われていたことは、天水だけでは生育しえない大量の大麥が栽培されていたことなどから確認される。

土地の測量は言うまでもなく、川の水を引き、あるいはため池を作り、人工的に田畑を造成して作物を栽培する定住生活を送るうえでは、季節や気候の準周期的変動を知り、危機が迫ればできるだけ正確に予測し、それを回避する必要があった。天文とト占が古代から行われる道理であり、天体の周期的な運動、日輪や月の形状から円の概念を得た可能性があるだろう。

人類文化の本質的な一大飛躍はコンパスの発明に求めることができる。もちろん方位磁針の発見、結縄や燃糸の発明など、他にも必須不可欠な要素が指摘できるが、コンパスは決定的であった。ここではハンムラビ法典などメソポタミアの石碑において、頂部に、為政者が太陽神から権力の象徴として棒と環を授けられていることに触れておこう。



Fig.29-a(左)ハンムラビ法典石碑。BC.18世紀 Fig.29-b(中) 神から授けられる棒と円環の拡大
Fig.29-c(右) シリア、テル・エル・ケルク遺跡出土のろくろ使用の精製土器 BC.7000-6600年頃[38]

棒は直線として長さの「単位」を与えうる・・・メートル元器がそうであるように・・・ものであるし、大地に鉛直に突き立てることで点を確定する。正円の環はその棒を中心軸とすることで正しく・・・Dhukha なしに・・・回転する。メソポタミアの測量、天文にも幾何にも縄尺が用いられており、それに「単位」と「正確な円転」を与えうるものが直線状の棒と環であることに注意しよう。

また、これより遥かに遡って、人類の遺した土器の最初期に属するシリア、北レバントのテル・エル・ケルク遺跡等から「精製土器（ケルク土器）」と呼ばれるろくろを用いた土器が出土していることを指摘しておく[]。精製土器は極めて早い時期から出土するが、並列して「粗製土器」と呼ばれる、より作りの粗悪な土器も出土しており、用途が異なっていたことが推測されている。やがて時代が進むにつれ、北レバントからメソポタミア一帯に土器の使用は広がってゆくが、出土するのは粗製土器の割合が増え、ついには「精製土器」は全く見られなくなってしまう。

早計な推測は禁物であるが、少なくとも「精製土器」を製作する方法・・・ろくろの使用・・・が、土器の伝搬と期を一にしていなかった可能性は考えられるだろう。

シリアで出土したケルク土器から、カザフスタンで発見されたアルカイムの車輪都市までの間には、4000 キロメートル以上の距離と 5000 年以上の時間の隔たりがあるが、灌漑農耕の始まった新石器時代晩期、すでに「ろくろ」が存在して、高い温度で焼成された「ケルク土器」のような人智が成立していたことは注目に値する。

だが、リグ・ヴェーダが歌い上げる「完全な車輪」の回転には、それを引く**輓獣**の存在が重要である。先に利用された輓獣は牛であり、紀元前 4000 年紀のウル出土品などにも牛に引かれる車両、牛車が描かれている[39]。

馬の家畜化はそれより遅れ、時期と場所に関しては議論が分かれるが[40]、野生の蒙古馬が調教され、今日の馬や驢馬が作り出されて、農耕から物流まで利用されるようになったことが**コーカサス**、黒海とカスピ海の間地域域の遺跡から、大量の埋葬馬の骨によって確認される。ウクライナのドレイフカ遺跡から出土した馬の遺骸には、家畜として使用された「はみ」の形跡の残るものも報告されるが、正確な年代についてはいまだ確定していない。

いずれによらず紀元前 2000 年紀以降、中央アジアで「馬車」とりわけ馬を輓獣とするチャリオット戦車が発達するには、カザフスタンのステップ気候が決定的であったと考えられる。すなわち、**乾燥して平坦な地面が続くステップ草原**が、自然環境の準備した**舗装道路**の役割を果たしてチャリオットの技術が発達、アリア人と馬と車の文化が世界に拡散したことは疑う余地がない。

リグ・ヴェーダの歌う**天の背**という表現は、太陽の娘が駿馬で駆け抜けるより、天山山脈の**尾根**に形成された細い道を**驢馬の荷車**がゆっくり移動する様を想起させるかもしれない。

路面の舗装、水平と鉛直の観測と修正などと並んで、「ろくろ」と「車輪」を決定的に分かつもう一つの特徴として「複製可能性」を指摘しておく必要がある。これはとりわけ釈迦の教えに関連して強調する必要があると思われる。というのも「法輪」は通常、一つの車輪で表象されているからである。だが、現実のチャリオット戦車はもとより、農耕に利用する牛馬車でも、**最低2つの車輪の直径と軸が一致**しなければならない。

二つの部材の寸法が一致するためには**単位**の確定と、その**正確な移し替え**が必要不可欠となる。私たちはここで再び**互除法的な寸取り**の発想、ならびに**コンパスや定規**に相当する基準、この時代に即して考えるなら**縄尺**の決定的な重要性を見ることになる。

さらに強調するなら、戦車の場合、一台つくればよいというわけではない。勝利を収めるには軍団で攻め込む必要がある。この時代の車輪にパンクはないが、片方を損傷した際の対策など、車輪が**規格化**されていたほうが有利なのは間違いない。シュメール期から用いられた戦法である槍の部隊ファランクス(Fig.30-a)は、大量に準備された規格化された武器を用いて戦功があった。だがメソポタミアのレリーフでは通常チャリオットは**単体**で描かれ、多数のチャリオットが並ぶのはアレクサンダーの東征やヘレニズム期、さらにはローマ帝政期以降(Fig.30-b)にピークがあり、アッシリアやペルシャでどの程度の数、戦車が用いられたのかは定かではない。また2輪馬車が3輪以上の車輪を具えるのは遙か後代、中世以降の事で(Fig.30-d)、よく整えられた戦車を作成するのが至難であったことが察せられる。



Fig.30-a(左)シュメール期のファランクス。BC.2400 年ごろ。[41]

Fig.30-b(右) 居並ぶ四頭馬車 Quadrigas の描かれた帝政ローマ期の石棺レリーフ A2-3 世紀[42].



Fig.30-c(左)チャリオット上のサルゴン II 世（在位 BC722-705）BC.8 世紀。[43]

Fig.30-b(右) 居並ぶ四頭馬車 Quadrigas の描かれた帝政ローマ期の石棺レリーフ。AD. 2-3 世紀[44]

ここで敢えて、さまざまな時代、地域の馬車の図像を並置したのは、その形状を対比したいからである。中世 13 世紀に想像で描かれたシャルル・マーニュの木造四輪馬車は 8 本のスポークが描かれている。またギリシャ時代のレリーフには 4 本スポークの戦車が多い。これに対して帝政ローマ期の四頭馬車も、紀元前 8 世紀アッシリアのサルゴン 2 世の乗ったチャリオットも、スポークの数は 6 本である。

このような車輪の構造は、使用していた材や必要とされた強度、直径や求められる回転角速度などによって大きく変化するので、図像をの形状のみを取り上げて比較するのは学術的には危険である。

それを前提に敢えて古代の車輪を概観するとき、ファヤズ・テパのストゥーパに描かれたような、多数の細いスポークからなる（あるいは高速回転する様を表現したのかもしれないが）車輪と、比較的少ない本数、太いスポークが支える車輪とに区分することは可能である。

これをもって、いきなりチベット、中国伝来以降の仏教と比較することは不可能であるが、前節末で触れた、2 や 3 と互いに素である「5 回対称性」をもつ「六輪転王」の表記を考えると、スポークの数が 6 本と比較的少なく、その分太くて頑丈な・・・高速で長距離を移動する・・・戦車を駆動する「輪転王」を想起することは不可能でないかもしれない。

こころみにサルゴン II 世のレリーフを検討してみると、6 本のスポークが集まる中心軸が六角形に表現されているものが複数見受けられた。彫刻表現の詳細さから、これは実物に即してデザインされ、レリーフが作成されたと考えることが出来る。



Fig.31-c(左) サルゴン II 世の 6 本スポーク車輪と 6 回対称の車軸。

天文学を育み 60 進法の発達したアッシリアやアケメネス朝ペルシャで 6 回対称の車軸が労作されたことは全く自然な経緯で、それを可能とする幾何や施工の技術も個別に発達しただろう。刃を交える自陣と敵陣とで、戦車やその車輪、軸の形状も異なっていたに違いない。クシャトリアすなわち戦士階級出身の釈迦が自軍他軍の車軸形状の違いを念頭に置いたかは勿論わからないが、さまざま異なる車輪の構造によって、Dhukha「苦」を取り除く異なる調整法を念頭に置いた可能性は、検討に値すると思われる。

サルゴン II 世やアッシュールバニパルのレリーフから今一つあきらかな事は、人物などの造形法が類型化され、ほぼ同一である事実である。

これは、残されたレリーフや彫像の巨大さ、数の莫大さから考えても明らかなことであるが、こうした彫刻は一人や二人の職人が行うわけではなく、様式に従って、職能者集団が複数で取り組んだもので、その表現の細部は詳細に定型化されていたと考えられる。

個人が内面の表現として彫刻作品を刻む、といった近現代人の想像を絶した、当時の文化慣習があったはずで、それ自体は残念ながら知る由もない。

だが、集団で作業するうえで間違いなく言えることは、一定の「量化できる軌範」が存在したことで、それなしに均整の取れた全体像を造形することは、まずもって不可能である。端的な例として Fig.32 に大英博物館のパルテノン神殿のフリーズ彫刻を示そう。



Fig.32 大英博物館のパルテノン神殿フリーズ彫刻[45]

周知のようにこれらの彫像は、神殿の持つ三角形のドーリア式天蓋に「内接」するように「設計」され、適切な石材が選ばれ、そこにコンパスと定規で正確に3次元的なスケッチを施し、まず粗く削り、次第に細部を穿って、最終的な形態を仕上げるものである。

上の例では、あきらかに群像のシルエット全体は「**三角形に内接**」している。そのなかに、多くの場合は黄金分割など簡単な数比で設定されたボリュームとアクセントが配分されてゆく。ここでは、さきにマンダラの幾何で言及したように長さを加算してゆく「コンパスと縄尺」の加算が有効である。後年**フィボナッチ数列**として知られることになる**単位**となる**初項**から始めて、**後続項を前2項の和として求める**ことは、コンパスと定規あるいは縄尺を用いて簡単に実現出来る。

何かと写実性やリアリズムを強調されやすい古典古代彫刻だが、刻まれるのは神々あるいは有力者の姿で、一定の理想的プロポーションを前提に、まず「作図され」現実の石材や収納スペースの寸法を「測られ」相似形の拡大縮小を施され、糸目が付けられてゆく。

ここで大谷正幸[46]に従ってウィトルウィウス(80.BC? – 15.BC?)の「建築について De architectura」第三書に取められた理想的人体に言及しておこう。まず「建築について」という訳語は必ずしも適切ではない。ラテン単語 Architectura はギリシャ語の ἀρχιτέκτων に発し、これは

ἀρχι- (指導的な、初めの、第一の。万物の ἀρχή は水などと議論されるアルケーと同根)

+ τέκτων (大工、技術者、設計者)

「第一の技術者」「設計施工の総責任者」を意味する。

ἀρχιτέκτων もちろん狭義の建築もつかさどるが、大規模には都市設計、神殿設計、港湾設計を含む治水、水道、日時計の設計施工、ポンプや弩砲など小型機械の設計実装から軍事キャンプの移動設営にいたるまで、およそ今日「工学部」で扱う、あらゆる内容を網羅しており、De architectura も 1500 年以上の時を超えルネサンス以降の技術者、藝術家に広範な影響を及ぼしている。

共和制ローマ末期に生まれ育ったウィトルウィウスは、ギリシャ建築家の仕事を高く評価しながら本書を記している。とくに第三書に記された人体の理想像は「**ウィトルウィウ斯的人体**」として、つとに有名である。このような内容が「建築書」に記されたのは、神殿建築に必須不可欠な彫刻やレリーフの作成にあって、適切なプロポーションを作図によって割り出し、石材の発注から施工、この場合は彫師の仕事の監督などに必要であったからである。20 世紀スイスの建築家ル・コルビュジェが提出した、居住利便性を前提とする人体比率モデル「**モデュロール**」が広まったのも、ウィトルウィウ斯的身体の本歌取りがあったからに他ならない。

古代にあっても、神殿造営に投入されるあらゆる「技術者」の作業原理を理解してこそ「第一人者」として設計も可能になり施工も指導出来る。

古典古代の彫像が見せる身体は、黄金分割など理想的な比例配分に基づいて「作図」されたある種の「**類型**」であって、決してリアルな「現実」を写し取ろうとするばかりではない。

大谷正幸は「ウィトルウィウ斯的身体」をめぐるレオナルド・ダ・ヴィンチが書き残した有名なデッサン・メモを新たな観点から読み解き直している。ウィトルウィウスは見かけ上「神殿建築」を「人体と同様」に調和したものであるべき、と論じている。だがそれは、人体そのものの調和でもあり、さらにいえば、そのような調和費を保った「人体」が神殿建築の必須構成要素、すなわち彫像としても実現することを同時に含意する。

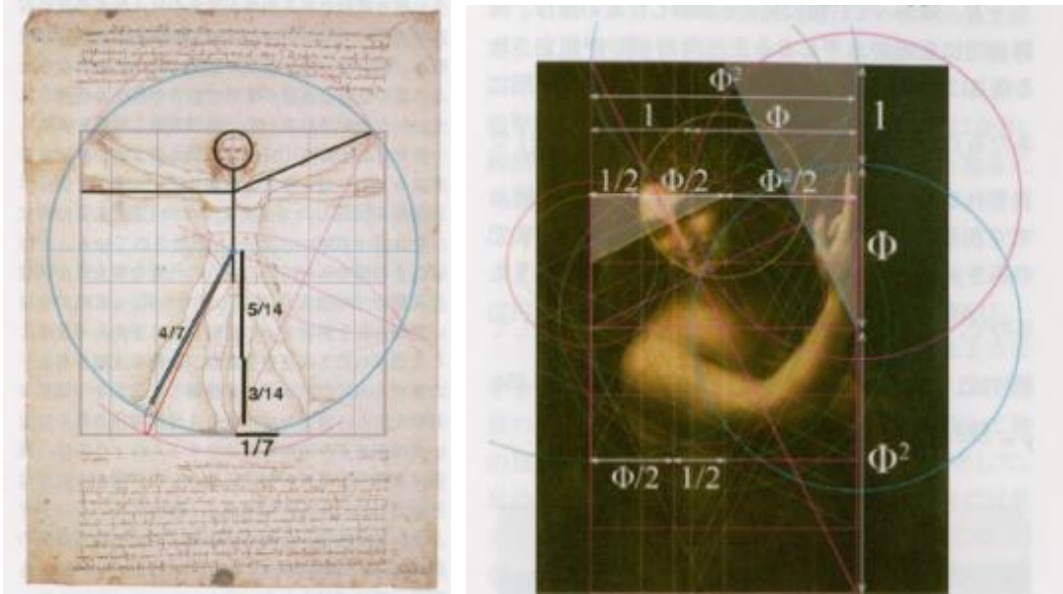


Fig.33(左) 大谷正幸によるレオナルド「ウィトルウィウスの数学的謎々」の解明

Fig.33-b(右) 同じくレオナルド「洗礼者ヨハネ」の解析[46]

それを踏まえ、ヘレニズム期東西文化の混淆を改めて考えてみよう。

アレクサンダーによる征服の東端は現在のパキスタン、パンジャーブ地方までである。この地をギリシャ人が支配したインド・グreek諸朝のなかで最大の版図を誇ったとされるのがメナンドロス1世（在位 BC.150-130 ごろ）である。鑄造したコインがアフガニスタンのカーブルから中国国境のカシミールまで広範な地域で発見されることが一傍証である。

このメナンドロス1世は、仏教僧ナーガセーナとの長い問答の末、ついに仏教に皈依したとされる仏教外典「**ミリンダ王の問い**」Milinda Pañha によっても広く知られる[47]。同書のなかでメナンドロス1世は **19 の学問と技術に通じ**、ギリシャ世界とインド世界、双方の教養を身に着けていると述べる。

この19という数は象徴的な意味というより現実に語られた数値に近いと解釈も可能であろう。「武勇に優れた」とされるメナンドロス1世はインド・パキスタン国境のパンジャーブに地盤を持ちながら、東に進軍してガンジス川流域まで勢力を拡大している。

古代にあって、このような進軍は、単なる戦闘行動以上に、野営や兵站、土木工事から安全な水供給の確保など、あらゆる「**技術**」τεχνη テクネーが必要不可欠であり、占領地では新たなギリシャ都市開発、神殿の造営なども指揮する必要があっただろう。

占領地の地域住民が信仰する宗教の容認、あるいは弾圧といった判断も下す必要があった筈で、そうしたことからナーガセーナとの対話が実現したのかもしれない。

まさにミリンダ王、すなわち**メナンドロスⅠ世自身が** ἀρχιτέκτων **第一の技術者**で、現地で作戦行動の指揮も取れば、ギリシャ都市も建設、神殿建設から貨幣鑄造まで指令できた、少なくとも参謀を含む集団指導体制でそれが実現したことは間違いない。

「ミリンダ王の問い」は、仏教側からだけの発想では記述しえない書物で、アリストテレスが集大成した形而上学、イオニア自然学、「アルキテクトン」の持つべき各種技術のさまざまな着想で問いが発せられ、それらが見事に謎解きされてゆく、極めて爽快な書物である。実際記録に取られたものがあまりに面白かったために、仏教外典として普及し、2100年以上を経過した今日でも広く読まれていると考えられる。

ここで確認したいことはインド・グreek朝が支配した時期のカイバル峠以東つまり**ガンダーラ**や**マトゥラー**においても、ギリシャ都市の設営や建築に当たっては、あらゆるアレクサンダー都市で行われたのと同様の**類型化されたヘレニズム的表現**が採られていた可能性である。

メナンドロスの逝去(BC.130頃)から最初期の仏像作成(AD1世紀半ば)まで200年ほどの時間が経過しているが、ガンダーラ地方やバクトリアのテルメズ、ファヤズ・テパの仏像まで、ギリシャ風彫刻を作成する技術者たちは確かに存在していた。そして現実に仏像が刻まれ始めた直後も、一定以上スタイルが変化した後も、材の仕入れから完成納品に至る職人の作業手順は温存され続けた可能性が考えられるだろう。逆に宗教教義の深奥などは容易に伝わらなくなり、あるいは変質して何の不思議もない。



Fig.34-a 釈迦苦行像

Fig.34-b ガンダーラ仏頭

Fig.34-c 光背を欠く、菩提樹文様をデフォルメした曼荼羅的表現□

Fig.34-a の「釈迦苦行像」は、後年の仏像らしからぬ「迫真に迫った」表層の表現が衝撃的であるが、光背の正円との幾何的な比例関係はどのようになっているだろうか？

Fig.34-b 仏頭は、やはり仏像初期のギリシャの特徴を多く残すが、光背と顔の諸パーツとの比はどのように作図されているか？

Fig.34-c は、ファヤズ・テパの釈迦三尊像と同様、装飾化した菩提樹の葉が光背に相当する円を立体的に表現しているが、上端は書けてしまい蒲鋒型となっている。

もし法輪が日輪を回す完全な円であり、軸の狂い=Dhukha の輪廻からの解脱を目指す釈尊の教えをシンプルに理解してれば、このような「切断」は起こりようがない筈である。

そのような変質に加え、この像では後年の曼荼羅に見るような小仏像が、装飾化された菩提樹の随所から、あたかも芽吹くがごとく出現している。

このような彫刻は、綿密な設計なくしては不可能で、写真の正面方向のみならず、奥行きも含めた、さまざまな調和比のプランが建てられたのち、慎重に作業が、複数の彫刻職人たちの協業によって、進められていった筈である。

いまあえて、筆者がこれらの比を計算しようと思わないのは、これらの作品は本質的に3次元的に作成されていることによる。

大谷の分析は、レオナルドの遺した平面のプランに対して、調和の比率が検討されている。Fig.33-b は「洗礼者ヨハネ」の分析であるが、あくまで図像は作品平面に投影されたものとして一意に解釈が可能である。

だがバンテオンのフリーズや、ラホールガンダーラ初期仏像たちは、3次元的に存在しており、特定の画角から撮影した投影図が、正しく比率を示すことは一般にない。どのように評価すれば「ウィトルウィウスの人体」を含む、古典古代、ヘレニズム期に類型化されたかもしれない「ギリシャ・ローマ的人体」の比率を抽出することが出来るだろうか？

機械学習を併用する Morphometrics が一つの解を与える [Fig.35]。 Morphometrics そのものは 20 世紀後半から発展を続けてきた身体運動解析等、動態解析のための手法であるが、2010 年代以降に進展した機械学習を併用することで、従来は評価が必ずしも容易でなかった、さまざまな3次元の対称をデータ化し、そこに内在する比例関係などを多様に「観察」「検討」しつつ解析することが出来る、

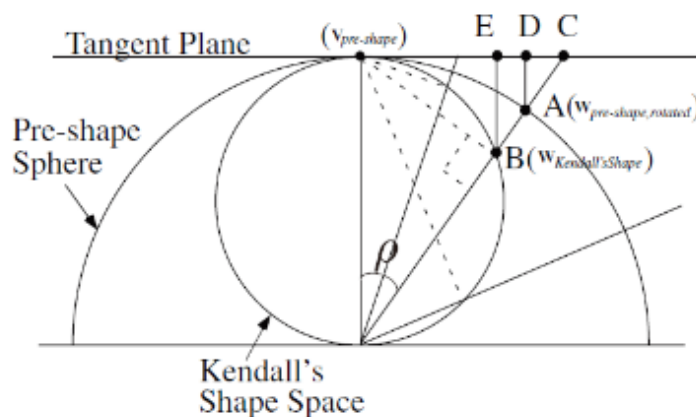


Fig.35 Morphometrics の射影関係。[]より。

元来のデータが動画であれば、それらを解析してデータスペース上にモデル化された人体として、動作者を再構成することが出来る。Fig. 36 は筆者の師であり、共同研究者でもあった Pierre Boulez のリハーサル風景を 2005 年にデジタルビデオで収録したものである。この時点においても複数画角からの動画像を情報空間内で合成することによって、Morphodynamical な解析は可能であった。



Fig.36 機械学習を用いた Morphodynamical な演奏の身体技法解析
Pierre Boulez のリハーサル風景 []より。

パルテノンのギリシャ彫刻やガンダーラ初期仏像は自ら動くことがないが、逆に複数の画角からデータを採集することによって・・・現実には動画撮影すればよい・・・容易にデータ空間内に 3 次元的な情報を取り込むことが出来る。一般にそのような状態での観察を作者自身も前提とはしていないはずであり、そのようにデータ化された身体ないしコンフィギュレーションが、もっとも単純な、あるいは黄金比などに近い値を取るような射影確度・・・つまり作者が仮定したかもしれない、理想的な鑑賞者の視点と見込む角など、オーソドックスでありながら、いまだかつて問われたことのない、美術史的、宗教美術史的ないし美学的な基礎研究の端緒となすことが可能である。本稿は連続して敢行する一連の論考の第一とし、以後継続的に、新手法の開発、確立を併用しつつ考究と実証を進めてゆきたい、

注と Reference

[1] A.B.Chace, 吉成 薫 訳「リンド数学パピルス—古代エジプトの数学 朝倉書店 (1985)

[2] a と b の最大公約数が、a を b で割った際の剰余 r と b の最大公約数でもあることを示しておく。いま a を b で割った商を q、剰余を r とすれば

$$a = qb + r$$

ここで δ を b と r のいずれも割り切る数だとすれば qb も r も割り切れるので

$$a = (qb + r) = \delta \text{ で割り切れる } (\delta \text{ の倍数})$$

となり b と r の共約数は、すべて a と b の共約数である。

$$\{b \text{ と } r \text{ の共約数 } \delta\} \rightarrow \{a \text{ と } b \text{ の共約数}\}$$

また Δ を a と b の公約数とすれば Δ は qb を割り切り、また定義から a も割り切るのでその差 r も Δ で割り切れる、つまり a と b の共約数はすべて b と r の共約数である、。

$$\{a \text{ と } b \text{ の共約数 } \Delta\} \rightarrow \{b \text{ と } r \text{ の共約数}\}$$

よって必要かつ十分に

$$\{\Delta\} = \{\delta\}$$

となり、a と b の最大公約数は b と r の最大公約数として求める事が出来る。 QED

[3] パスカル Blaise Pascal(1623-62)にあつてすら「負の数」は「存在しない量であり、3-5 といった演算に「解なし」としていたのは、コンパスと定規を用いた作図が数学を意味していた時代背景と切り離すことが出来ない。R.タシュナー、鈴木直 訳「数の魔力」岩波書店 2010 などを参照 (筆者は同書の数理解考証を担当した)。

[4] ユークリッド「原論」中村幸四郎、寺坂英孝、伊東俊太郎、池田美恵訳 共立出版 (1970/2011)

[5] Richard Fitzpatrick による英訳を原文と並列して引用する。むしろ英文のほうが意味が明瞭だが、ここでもしばしば文字面での訳が観察される。

Οροι. Definitions

α'. Μονάς ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται.

1. A unit is (that) according to which each existing (thing) is said (to be) one.

β'. Ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκεϊμένον πλῆθος.

2. And a number (is) a multitude composed of units.

γ'. Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

3. A number is part of a(nother) number, the lesser of the greater, when it measures the greater.

δ'. Μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

4. But (the lesser is) parts (of the greater) when it does not measure it.

<http://farside.ph.utexas.edu/Books/Euclid/Elements.pdf>

[6][4]で充てられた訳語であるが不適切である。剰余がゼロの時は小さな数は大きな数の「部分」 $\mu\acute{\epsilon}\rho\eta < \mu\acute{\epsilon}\rho\omicron\varsigma$ という以上の内容を、ギリシャ語原典は何も語っていない。

[7] 伊東「プロトミメーシスとプシュキコス・・・『デュオメデースの人食い馬』問題の行方」哲學雑誌 哲学会 (2018)

[8] ユークリッド原論7巻、定義12（あるいは11）を引用しておく。

Πρῶτος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος

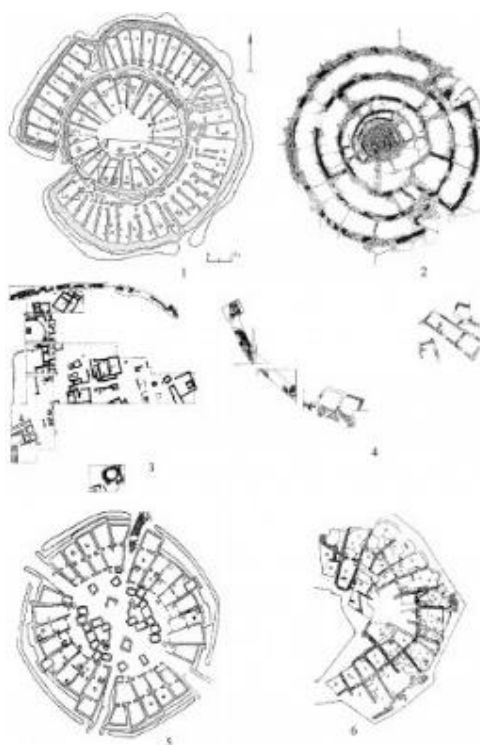
Protos arithmos estin o monadi mone metroumenos.

A prime number is one (which is) measured by a unit alone.

(中村他邦訳「素数とは単位によってのみ割り切られる数である」)

ここで「割る」という近代概念を導入することは、原典への理解にはむしろ弊害となる事を指摘しておく。原論はあくまで、全体からモナドを切りとってゆき、最後に残るものがあるか、ないか、分け尽くすことが出来るか否かだけを問題にしている。

- [9] 池田和久訳注「淮南子」講談社（2012） 他を参照。
- [10] 熊田俊郎 「中国の都市計画と住民生活」駿河台大学比較法研究所紀要 Vol.22 pp 57-72(2012) より引用。
- [11] K.F.ガウス 高瀬正仁訳「ガウス整数論」朝倉書店（1995）
- [12] 中谷英明「古代インドにおける哲学と文献学」『古典学の再構築』第5号. pp. 18-21(2000)
- [13] プリーの車輪祭典の報道
[Construction of chariots begins for Puri Ratha Yatra | India News – India TV \(indiatvnews.com\) https://www.indiatvnews.com/news/india/construction-of-chariots-begins-for-puri-ratha-yatra-36221.html](https://www.indiatvnews.com/news/india/construction-of-chariots-begins-for-puri-ratha-yatra-36221.html)
- [14] アルカイムの復元。 <https://nationalvanguard.org/2015/04/arkaim-the-russian-stonehenge/>
- [15] エカテリンブルク歴史・考古学研究所のスタニスラフ・グレコリエフらは、青銅器文明期の南ウラルに遺された 20 ほどの「車輪都市」遺構を調べ、それらが 3 重、5 重など同心円の形状を持つ「囲い」Vara 城塞であったことを報告している。



[16] Schmandt-Besserat,D. How Writing Came About, Univ of Texas Press 1997

[17] チョガ・ザンピール遺跡の現地写真は https://hulule-hulule-voyage.blogspot.com/2017/08/blog-post_20.html 掲載のものを引用した。

[18] 今日風の表現を取るなら一辺 100 メートル 20 階建てのタワーマンションと同程度の規模であり、3000 年前の人類にとっては十分に天に手の届く不敵な建築物と映ったに違いはない。チョガ・ザンピールはエラムの建築物だが、隣接するバビロニアのジグラットが「バベルの塔」として旧約聖書に批判的に描かれる一つの背景としても付記しておく。

[19] パンコル・チョーデの全景写真は
https://en.wikipedia.org/wiki/Palcho_Monastery
パンコル・チョルテンの低層平面図は
<https://www.asiaculturaltravel.co.uk/the-palcho-monastery/> から引用した。

[20] 森雅秀「チベットの宗教美術とマンダラ」名古屋大学出版会（2011）

[21] サーンチーのストゥーパ 全景写真は
<http://www.jia-tokai.org/archive/sibu/architect/2006/11/indo.html> から引用。

[22] 21 世紀の自転車チェーンホール例 <https://www.hakkle.jp/crankset/ene-ciclo-chainwheel-double.html> より。

[23] 明治～昭和期のものと思われる日本の大八車車軸。119 cm、6.5 kg とのこと。
<https://page.auctions.yahoo.co.jp/jp/auction/p787844617> から引用。

[24] 輪転聖王としてのアショーカ王。
[https://en.wikipedia.org/wiki/Chakravarti_\(Sanskrit_term\)#/media/File:Indian_relief_from_Amaravati,_Guntur,_Preserved_in_Guimet_Museum.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Chakravarti_(Sanskrit_term)#/media/File:Indian_relief_from_Amaravati,_Guntur,_Preserved_in_Guimet_Museum.jpg) から引用。

[25] アショーカ王柱とライオンを従えるヴェーサーリーのストゥーパ
<https://saray.co.jp/buddha-yatra/sacredplace/14562/> から引用。

[26] ファヤズ・テパのストゥーパ
<http://craterre.org/terre.grenoble.archi.fr/documentation/downloads/FAYAZ-TEPA.pdf>

- [27] 修復前のファヤズ・テパ、内ストゥーパの「車輪」
<http://isekineko.jp/uzbekistan-termezbudda.html>
- [28] ブッタガヤ 大菩薩寺の仏塔（グプタ朝期）
https://en.wikipedia.org/wiki/Mahabodhi_Temple#/media/File:Mahabodhitemple.jpg
- [29] サルナート、初転法輪のストゥーパ
[https://en.wikipedia.org/wiki/Dhamek_Stupa#/media/File:Indika._The_country_and_the_people_of_India_and_Ceylon_\(1891\)_\(14583657009\).jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Dhamek_Stupa#/media/File:Indika._The_country_and_the_people_of_India_and_Ceylon_(1891)_(14583657009).jpg)
- [30] 中村優花 「中央アジアにおける仏教寺院建築の 空間構成の類型とその変容」武庫川女子大学博士論文 1(2019) に網羅的な解説がある。
- [31] 法隆寺 五重塔 <http://www.horyuji.or.jp/garan/gojyunoto/>
- [32] 一遍上人傳絵 巻七（国立博物館蔵）
https://ja.wikipedia.org/wiki/%E4%B8%80%E9%81%8D%E8%81%96%E7%B5%B5#/media/%E3%83%95%E3%82%A1%E3%82%A4%E3%83%AB:Ippen_shonin_edem_-_Scroll_7_-_complete.jpg から切り取ったもの。
- [33] ダライ・ラマのカーラ・チャクラ砂曼荼羅
https://www.youtube.com/watch?v=NHgO_qcMN4w
- [34] 正木晃「世界で一番美しい曼荼羅図鑑」エクスナレッジ（2020）
- [35] 森雅秀「チベットの宗教美術とマンダラ」名古屋大学出版会（2011）
- [36] 世界古典文学全集 3 「ヴァーダ アヴェスター」 pp.81 筑摩書房(1967)
- [37] 同前「ヴァーダ アヴェスター」 pp. 61 筑摩書房(1967)
- [38] 小高敬寛「北レヴァント新石器時代編年の精細化に向けて：テル・エル＝ケルク遺跡東トレンチの出土土器から」『オリエント』 54/2, 173-174. J.Orient.54.2_137 2012
画像は 小高敬寛「土器から振り返る人類の過去と現在—近東地域における新石器文化の発展と拡散— 早稲田大学高等研究所（2011）
<https://www.waseda.jp/inst/wias/news/2011/07/16/3094> から。

- [39] 中村大介「馬利用に関する近年の研究動向」埼玉大学紀要 Vol.55 No.1 pp.89-101(2019)
- [40] 馬の家畜化に関しては 木村凌二 「馬の世界史」中公文庫、2013 林俊雄 「興亡の世界史 2 スキタイと匈奴 遊牧の文明」講談社 2007 などを参照。
- [41] シュメールのファランクス
[https://en.wikipedia.org/wiki/Phalanx#/media/File:Stele_of_the_vultures_\(phalanx\).jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Phalanx#/media/File:Stele_of_the_vultures_(phalanx).jpg)
- [42] 帝政ローマ期の四頭立て二輪馬車クアドリガス
<http://www.thehistoryblog.com/wp-content/uploads/2012/08/sarcophagus-quadrigas-aquino.jpeg>
- [43] チャリオットに乗るアッシリア王サルゴン II 世
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/57/Sargon_II_in_his_royal_chariot%2C_trampling_a_dead_or_dying_enemy%2C_part_of_a_war_scene_from_Khorsabad%2C_Iraq._The_Iraq_Museum.jpg
- [44] 四輪馬車に乗るシャルル・マーニュ (13 世紀)
<https://www.repro-tableaux.com/a/charlemagneandsoldiersina.html>
- [45] バルテノン神殿の彫刻群
<https://blog.britishmuseum.org/an-introduction-to-the-parthenon-and-its-sculptures/>
- [46] 大谷正幸「ウイトルウィウスの数学謎々」 金沢美術工芸大学紀要 Vol.65 pp.97-109 (2021)
- [47] 「ミリンダ王の問い」中村 元, 早島鏡正訳 平凡社 東洋文庫 7 (1963)
- [48] ラホール美術館 <https://lahoremuseum.punjab.gov.pk/>
- [49] 石原茂和 「Morphometrics と感性工学への応用」 感性工学 Vo..8 No.1 pp.19-25 (2008)
- [50] Ken ITO, Kazuki OTSUKA and Kota HAYASHIAI-based Spectral Analysis on Music Conducting JASTICE Vol.2020-04 (2020)

本研究は科学研究費「挑戦的研究(開拓)」20K20500「機械学習を用いた東アジア数理調和思想の実証的研究と共生倫理の検討 (研究代表者;筆者)」

<https://kaken.nii.ac.jp/ja/grant/KAKENHI-PROJECT-20K20500/>

の助成を受けて行ったものです。関係ご各位に深く感謝します。
