

## Maqam2 度と 8 回対称平均律

Bartok-Lendvai 「中心軸構造」のユーラシア的拡張

伊東 乾

## On “maqam second” and Octant Equal Temperament

An “Eurasian Expansion” to the Bartok-Lendvai’s Axis theory

Ken ITO

### 梗概

20 世紀初頭から西欧音楽の枠組みに様々な導入が試みられながら、定着に至らない音律に 4 分音がある。本稿では「短 3 度の 2 等分割」による maqam seconds 音程を導入し、それによる 8 分割平均律の構造を示す。maqam 音程は演奏上容易に聴取、実現できる利点を持ち、また Bartok-Lendvai の「中心軸システム」を、対称性を保ちつつ脱欧州中心化する自然な拡張が可能である。

### Abstract

Quarter Tone Technique has been introduced into Western music from the beginning of 20th century. However, up to the beginning of 21st century it isn't fixed in stable way yet. In this paper, introducing “maqam” interval by dividing minor thirds into 2 equal pitches, an Octant Equal Temperament structure is defined. This “maqam second” interval is practically easy to perceive and to play, and also it naturally expands Bartok-Lendvai’s Axis Theory in quite a natural “Ex-Eurocentric” way.

---

\*) 東京大学大学院情報学環 作曲＝指揮研究室

Division of Composition/Conducting, Information Statistic Dynamics and AI Life ethics,

Interfaculty Initiative in Informatics, The University of Tokyo

7-3-1 Hongo Bunkyo-ku, 113-0032 Tokyo JAPAN

## 1 導入

20～21世紀の西側先進圏の音楽に、12半音階を超える粒度の細かい音程、いわゆる「微分音」は、ついぞ定着していない。日常生活の中では、マスメディアを通じてもたえられるテクノ・ミュージックなどに12半音階の範疇に収まらない音程が聴かれ、また世界各地の民族音楽にも多様な音程が聴かれる。翻って「民族音楽学」の論考に収められた採譜の類は音程、リズムとも聴音に初歩的な難を見出す場合が少なくないのは残念な事実である。

本稿は作曲、そして演奏の立場から、器楽的に実現しやすい「12半音階」に収まらない音程として、短3度を「2等分割」する音程に注目する。本稿では便宜的にこれを maqam second あるいはより正確に maqam diminish second として扱い、その構造的な特徴と作曲、演奏上の利点を明らかにする。

## 2 「微分音」導入の失敗史

西欧近代音楽の文脈に「四分音」などの微分音 microtones が導入されるのは19世紀末から20世紀初頭にかけてと考えられる。早い時期の例としてフェルッチョ・ブゾーニ Ferruccio Busoni(1866-1924)の示した関心が挙げられるが、作曲そして演奏の観点からは1910～20年代以降、当初はポーランド＝ウクライナの作曲科カロル・シマノフスキ Karol Szymanowski, (1882-1937)などの限定的な効果を狙った用法、ついでロシア出身のイヴァン・ヴィシュネグラツキー Ivan Wyschnegradsky(1893-1979)やチェコのアロイス・ハーバ Alois Hába(1893-1973)など、より若い世代の作曲家たちの取り組みから本格化が見られる。

またこれらと独立して、同時期にチャールズ・アイヴズ Charles Ives(1874-1954)が書き下ろした、互いに4分音調律をずらした2台ピアノのための Three Quarter Tone Piano Pieces(1923-24)も知られる。

これらの作品が、その音楽史的興味のわりに、およそ演奏頻度が低く、また作曲手法としての影響力に限界があるのは、その演奏準備の困難さ、しばしば特殊な楽器が必要なこと、また奏者に音感的な準備がないことなどが起因していると考えられる。また20世紀末年以降、ポピュラー音楽の DTM などにむしろ類似した響きが聴かれるものは、電子メディアのプリセットなどが可能、あるいはピッチベンダーなどで容易に演奏でき、聴感上も結果が明らかであるからと考えられる。

一般的な演目として定着している微分音程は、バルトーク Bartok Bela (1881-1945)のヴァイオリン協奏曲第二番(1938) 無伴奏ヴァイオリンソナタ (1944) などの限られた用例に留まる。これらは初演者が確定しており、緊密に連絡を取って楽譜が定着され、初期から録音も出回

ったこと、使用箇所と使用方法が限定的で、一般的な音感教育を受けた耳の奏者でも容易に取り組むことが可能であることが、再編頻度を確保している面がある。

実のところ、20 世紀後半以降の作例にも微分音記号は頻繁に登場するが、響きが決定的な構造的利点を持つに至るものは限られた数に留まる。

以下、代表的な微分音の用例を器楽的な観点から確認しておこう。

### 1 特殊な楽器を使用するもの。

ヴィシュネグラツキーやハーバが取り組んだ「四分音ピアノ」などの特殊なハードウェアを指定する作品は、楽器普及の限界から広がりを見せなかった。20 世紀末年からのデジタルベースのハード、ソフトはその難点を克服している筈だが、効果音的な利用、グリッサンドや特定のディチューンなどを超える用例はトルコや中央アジア圏、カザフやウズベキスタンのポップスなど限られるように思われる。

### 2 通常楽器を特殊調律するもの

調律可能な楽器に特殊なチューニングを施すもの、広義の **Scordatura** のほか、先に上げたアイヴズの 2 台ピアノ同様、2 台の楽器（ハープ、ピアノなどの鍵盤楽器、場合により弦楽器の調律をずらす **scordatura** などが可能である。この方法の難点は、自分の楽器の場合調整が狂うため奏者が嫌う傾向があること。複数の楽器で調律を変える場合、手間や時間、コストがかかること[1]、複数楽器の調律のずれで楽案を実現する場合、一人の奏者では音楽が完結しないため、演奏上の満足感を得にくく、奏者側に再演の動機を生じにくい、などの事情がある。

### 3 通常調律の通常楽器を用いた微分音の演奏

21 世紀の西側先進国では、一般に職業音楽家は西欧近代の **well-tempered tuning system** を基礎に置く音感を教育される（この事情は筆者も同様である）。このため、十分に注意深い耳であれば音程の高低を聴き分けるのは容易だが、その再現は聴音ほど容易ではない。理由の一つは、それらが「誤った音」「ずれた音」として認識される場合があるからである。

21 世紀に至っても、ソルフェージュの基本教育は「正しい」とされる音程を特定し、視唱などする能力は養っても、微細に異なる音程を歌い分けることは至難である。ヴァイオリンなどの場合、仮に **Scordatura** で異なる音程に調弦しても、奏者は各自の音感で音程を取ってしまうので、結果的に微細なずれはしばしば消失してしまう[2]。

シマノフスキはヴァイオリンとピアノのための「神話 Mythes」(1915)終曲 Dryades et Pan の冒頭ならびにコーダに、いたずら者の牧神をドビュッシーと全く異なる形で描こうとしたのであろうか、効果音的な用法であるが、ヴァイオリンの D 線開放弦と、四分音低い D♭↑を記している。D 線が開放弦であるため、耳の補正を受けることがなく、音のずれだけをコントロールできることから、このような書法が選ばれたものであろう。

初演の演奏結果がどのようなであったか、定かな記録がないが、翌年作曲されたヴァイオリン協奏曲第一番(1916)ではこうした用法は影をひそめている。

23 年ほど後になって作曲されたバルトークのヴァイオリン協奏曲（第二番、1937-38）でも同じく D 線の開放弦が用いられるが、四分音上下する G 線の音程と重弦で奏されることはなく、音程の微細な揺らぎが聴かれるばかりである[3]。

「微分音」を「4 分音」として表現しようとするとき、難点となるのは

- 1 そもそも耳で聴きとるのが容易でなく（ソルフェージュ的問題）
- 2 その制御にも限界がある（運指的問題）

事が大きい。ヴァイオリンの場合、G 線で 5 度の位置に相当する D の四分音上下は、奏者の指の幅程度か、人によっては指幅よりも狭いので、すでに運指が容易ではない。同様の運指は 5 度上の A、さらに 5 度上の E、H などでも可能だが、かなり注意して演奏しないと、ただ単に音程が悪いだけと聴かれてしまうリスクが存在する[4]。

20 世紀末年、フランス国立音響音楽研究所 IRCAM などを中心に、器楽と電子システムを往復して微分音程を扱う作品は数多く見られるが、必然性や説得力を持つものは限られる。

本稿の趣旨は、こうした難点を克服しつつ、新たな形で器楽に「12 半音階」を逸脱する音程を導入することにある。

### 3 「平均律化」を免れる音程たち

日本には 21 世紀になっても、近代西欧の音程組織と無縁な構造を持つ楽器が多数用いられ、適切に演奏されれば「平均律化」のリスクを免れる事が出来る。

能楽（能管は本質的に平均律的な音程を取ることが困難な＜detune＞が施されている）尺八（とりわけ琴古流本曲）雅楽（ただし宮内庁楽部を中心に＜平均律化＞した雅楽が増えている実情がある）仏教声明（ここでも僧侶が「調子笛」や Digital Tuner などを用いて音程を「西

欧化」している現状がみられる) 三味線、三線などの音楽伝統に平均律化を免れた音程がしばしば聴かれる。

同様の傾向は世界各地の民族音楽、またジャズのイディオムにも見られる。だがそこで最も目立つのは「4分音」的な微分音ではなく、西欧近代風に表現するなら2度や3度の音程がずらされている場合が圧倒的に多い。典型的な例を二つ挙げてみよう。

### 1 いわゆる Blue note

これは長短3度の中間に位置する音程で、今日の音感教育を受けた演奏家にとってもっとも聴き取りやすい、Well-tempered system から detuned の音程の一つになっている。

### 2 幅の狭い2度(本稿で言う maqam second)

これは長短3度の中間に位置する音程で、Blue note ほど目立ちはないが、注意深く聴いてみると民族音楽の随所に存在する。後述するようにアリストクセノスの音律思考によって一般化された側面があり、古代ギリシャ〜ビザンツ、中世西欧はもとより、西アジア・ムスリム圏、中央アジア東アジアを経て朝鮮半島、日本まで、ユーラシア大陸全般の音楽で広範にみられる。

アフリカ、オセアニア、南北アメリカ大陸の民族音楽に網羅的な知見を有さないが、前述の Blue note がアフロ＝アメリカンに起因し、また黒人奴隷を含む三角貿易にイスラム商人が関わっていた事実などからして、一定の関係を見つける事は不可能でないかもしれない。

以下「4分音」を基準に音程をモデル化して考えるべく、概念的な「半音」を単位に音程を量化 quantize してみよう。



Fig.1 半音階の自然数による量化

「半音」を単位に「平均律」equally-tempered tuning で音律は量化するのは、対称性など構造的な利点を引き出すためのモデル化で、響きの現実には即していない。例えば完全5度、完全4度はこのモデル化から逸脱するのでさまざまな補正が施されることを予め記しておく。

同様に、この半音階の音程の間に「4分音程」を形式的に配置し、番号をつけると以下のようになるだろう。



Fig.2 半整数を用いた四分音程の量化

12半音階を整数 integer で指標化出来るのに対して、形式的四分音程は半整数 Half Integer で指標化することが出来る。

人間の聴覚は1オクターヴ上の音を同名音と認識するので、音名に関する周期性を考慮すると半音階を極座標で表現する事が出来る。ちなみに極座標はデカルト René Descartes(1596-1650)が音楽提要 Compendium Musical (1618 生前は未公刊)に使い、ニュートン Issac Newton (1643-1727) が踏襲して以降普及したものと思われる。円周上に12回対称に点を配置すれば、よく見慣れた時計の文字盤同様の円周群が現れる

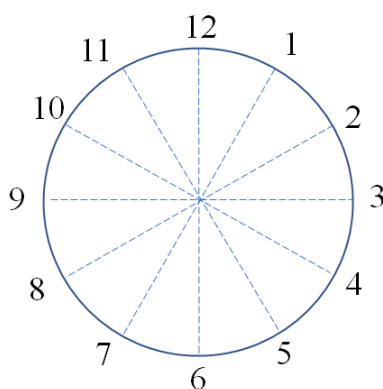


Fig.3 12音階の円周群表示

同様に四分音程の半整数を含む表示を円周上に示せば24回回転対称な円周群が得られる。

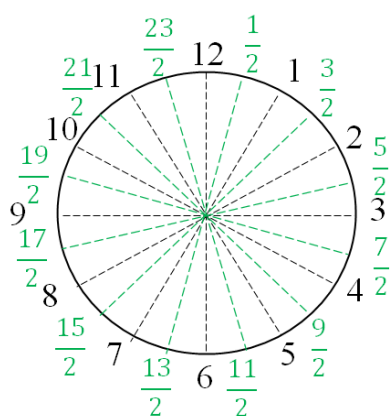


Fig.4 4分音階の円周上での表示：24回回転対称な円周群

具体的な音程をさておき、形式的に四分音階を円周上に配置すれば24回回転対称な「平均律」が得られるという、ごく基本的な構造を確認した上で、具体的な音程を検討しよう。

#### 4 アリストクセノスの分割音律：動くテトラコルドたち

バルトーク（ハンガリー）ハーバ（チェコ）シマノフスキ（ウクライナ）など、四分音を導入した作曲家に共通するのは東欧圏、すなわち東ローマ、ビザンツないしオスマン・トルコの版図であった地域の民族音楽を背景に持つことと考えられる。

そこでこれらに共通する音律思考として古代ギリシャのモード、特にタラントスのアリストクセнос Ἀριστόξενος ὁ Ταραντίνος に基づくテトラコルドの考え方を模式化して示そう。

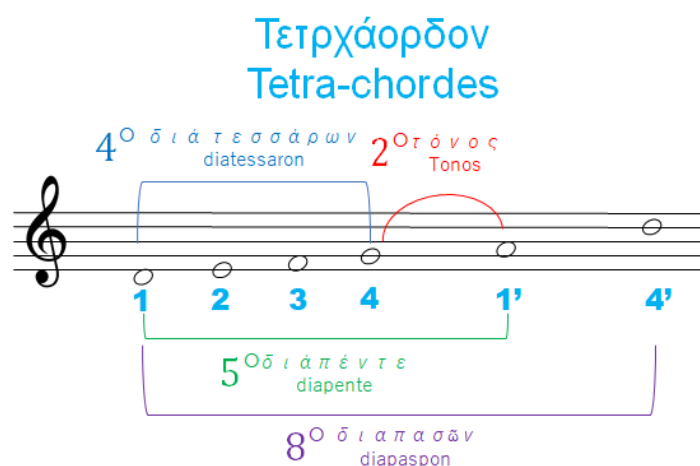


Fig.5 5度、4度、トノスとテトラコルド

古代の音律を基礎づける大きな要素としてオクターヴと完全5度を挙げる事が出来る。このうち完全5度を堆積するピュタゴラスの音律は広く知られ、極東の黄河文明圏でも「三分損益法」として、ほぼ同様の調律が紀元前10世紀ごろから行われていたことが知られる。

西欧でピュタゴラスの名を冠して呼ばれる5度調律法も、オルペウス教に伝承されたエジプトやメソポタミア起源の可能性が考えられる。メソポタミアとインダス文明圏の交通を考えれば5度調律そのものを指して洋の東西を論じるのはあまり意味のない事だと知れる。

ギリシャにおいて特筆すべき事実として、完全5度  $\delta\iota\acute{\alpha}\pi\epsilon\nu\tau\epsilon = \text{diapente}$  とその転回音程である完全4度  $\delta\iota\acute{\alpha}\tau\epsilon\sigma\sigma\acute{\alpha}\rho\omega\nu = \text{diatessaron}$  の差として「音」(1音、1全音)  $\tau\acute{o}\nu\omicron\varsigma = \text{Tonos}$  を定義したことが挙げられる[5]。

この1音  $\text{Tonos}$  を完全4度から差し引くと、現代で言う短3度の音程が得られる。さらにもう一度  $\text{Tonos}$  を差し引くと、1音より音程幅の狭い残余が残る。この残余を古代ギリシャ人たちは「1音の半分」と考え  $\eta\mu\acute{\iota}\tau\omicron\nu\omicron\varsigma = \text{hemitonos}$  と呼んだ。

今日21世紀の私達が1全音 whole tone あるいは1半音 semitone と呼ぶ音程はこれらを直接踏襲するものである(同様にギリシャ語源にさかのぼれば4分の1音は  $\tau\acute{\epsilon}\tau\alpha\rho\tau\acute{o}\nu\omicron\varsigma$  などと呼ぶことも出来るだろう)。

(完全)4度を構成する音程間に4本の弦 Chord を張って調律する構造をテトラコルド Tetrachord と呼ぶ。下と上、両端の音程をネーテ nete メセー mese と呼び、それらから1音離れた中間音を hypate と呼ぶ。Nete = Νήτη, Hypate = Ὑπάτη と Mese = Μήση の3者は竖琴 λύρα をつかさどる3柱の Muse = Μοῦσαι の女神たちの名である。Hypate は上下二つの位置が可能であり パリュパター Parhypate = παρυπάτη: παρά+υπάτη ヒュパターに伴うものとも呼ばれる[6]

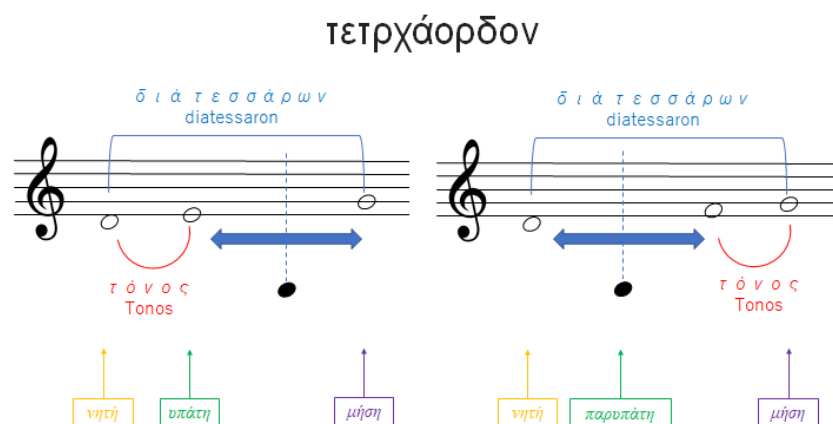


Fig.6 テトラコルドと3人の女神



ここでヒュパターとメセーの間にあいた、今日でいう短3度に相当する音程の間に、第四の弦を張ることでテトラコルド＝4本の弦の組みが成立する。この弦をリカス Lichanos = λιχανός 「人差し指」と呼ぶ。親指から薬指までの4本でテトラコルドを演奏、それが両手に割り当てられ、1オクターヴ Diapason = Διαπασών がカバーされることが、指使いを含めここから察せられる。人間の手の中でもっとも巧緻性の高い指の名で呼ばれた弦には、12半音階で考えたとき、二つの可能な位置があった。すなわち

- 1 短3度を 下から 半音＋全音 に分割する位置
- 2 短3度を 下から 全音＋半音 に分割する位置

中世西欧でネウマ Neuma が工夫されたとき、この事情から♭記号が導入されたことは広く知られる通りである。また、ヒュパターが動く可能性もあり、この場合はパリュパター Parhypate = παρυπάτη: παρά + υπάτη / para- hupate と呼ばれた。リカノスとパリュパター、二つの「動く中間弦」が音程を変化させることで、完全4度のテトラコルド骨格は様々なモードの色合いを帯びることになる。

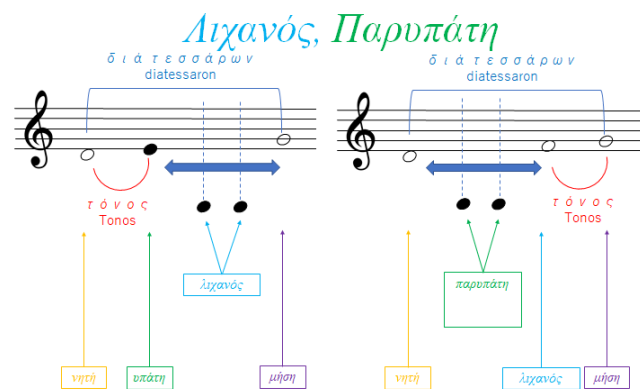


Fig.7 リカノスとパリュパター：動くテトラコルド中間弦

アリストクセノスはアリストテレスに学んだ高弟ながら、リュケイオン学園の後継者になり損ねた人物として知られる。彼は当初ピュタゴラス派から出発したが、べき乗の数比に拘るピュタゴラス調律が現実離れしており、器楽や歌唱の役に立たないことから、より現実的な音律調和、ハルモニアの可能性を追求した。端的に言えば、いま笛を作るとして管に穴をあけるときの、どこに穴を穿てば良いかをオルペウス教壇もピュタゴラス派も明晰に示さなかった。

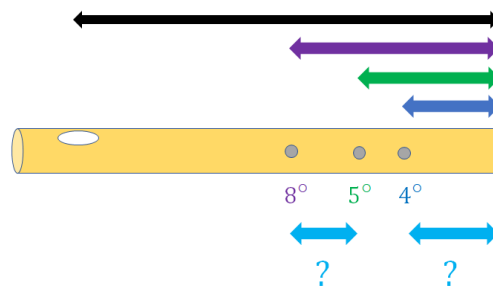


Fig.8 必ずしも現実の楽器演奏／楽器製造に役立たなかったピタゴラス調律

ここでアリストクセノスは大胆に実用的な決断を下す。「長さを2等分」するのである[7]。今日の観点からはオクターヴの途中で弦や管の長さを半分にしても周波数が2倍になる訳ではないが（そもそも周波数という概念の導入は19世紀ナポレオン期以降を待たねばならない）「ともかく2等分してみる」という現実的な選択を随所に取り入れ、楽器製作者や演奏家、歌手の具体的な利便に供したのである。

このアリストクセノスの観点に立って、さきほどのヒュパターとメセーの「中点」を取ると、従来存在しなかった新しい音程が定義可能となる。この音程は両者の「中庸」を取るという意味で極めて代数幾何的な調和に裏付けられるように思われた。またピュパターとメセーの間を「等分割」する、部分的な「平均律」という側面を持つものでもあった（がそのようには凡そ意識されていなかった）。この「平均律」が部分的ではなく大域的であることには、後半で触れることになる。この音程こそ、先に器楽的に演奏しやすい数少ない微分音程として示した「切り詰められた全音=2度」ということになる。

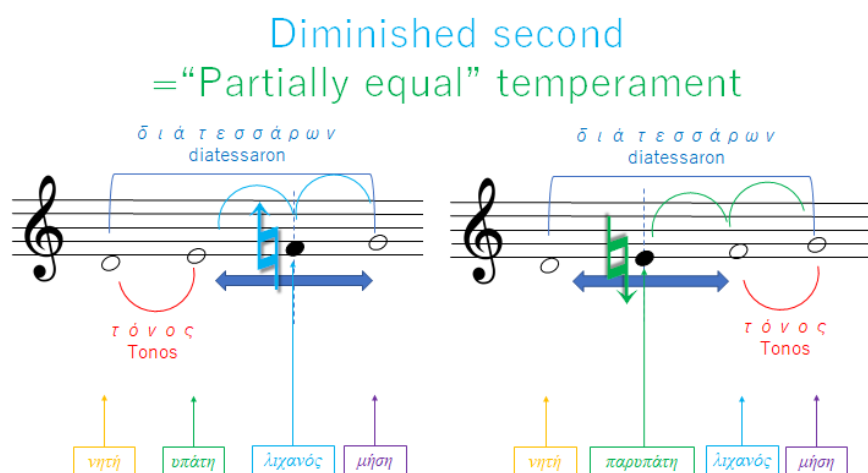


Fig.9 アリストクセノスの「平均律」

#### 4 アラブのマカーム:ギリシャ/ビザンツ音律の末裔

アリストクセノスの音律構造は古代ギリシャからローマとりわけ東ローマ・ビザンツ世界に受け継がれ、精緻化したことアレクサンドリアのクラウディオス・プトレマイオス Κλαύδιος Πτολεμαῖος = Claudius Ptolemaeus (83? AD - 168? AD) やアリストイデス・コインテイリアヌス Ἀριστείδης Κοῖντιλιανός = Aristides Quintilianus (AD.3C – 4C?) などの遺したハルモニア文献から知られる[8]。

ビザンツ圏の音律は、7世紀以降当該地域に進出、支配し、東西に広がったイスラムに受け継がれ、西はイベリア半島から東は極東に至る広大な地域の音楽に影響を与えた可能性が考えられる。

以下ではアラブ圏に伝承される旋法マカーム maqam のなかで、先に注目した「切り詰められた全音」を持つものを幾つか検討してみよう。Fig.10 に示すのはマカーム・バヤティとして知られる旋法である。テトラコルドの構造を持つことが一目瞭然であろう。低音部のパリュパターが「平均律化」し、高音部のパリュパターが *hemitonos* となっている。響きは第三音リカノスが短3度であるため、中近東の短調といった面持ちを見せる。



Fig.10 “マカーム・バヤティ”

これに対して第三音リカノスを長短3度の中間に当たる *bule note* に選ぶと中近東の長調に相当するような響きが得られる (Fig.11)。



Fig.11 “マカーム・ラスト”

Tetrachord の 4 度骨格は必ずしも完全 4 度に限定されない。Fig.12 に示す *maqam saba* は二つのテトラコルドがいずれも減 4 度で、低音のヒュパターが「切り詰められたトノス」高音では「ヘミトノス」つまり半音となっている。



Fig.12 “マカーム・サバ”

4 度の骨格だけでなく、二つのテトラコルドの関係そのものから歪められた *maqam* も可能である。Fig.13 に示すのは、低音部の第四音メセーと高音部の第 2 音ヒュパターの間を「均等分割」することで見かけ上「高音部テトラコルド」が微分音程から開始するように見える例である。この *maqam* は低音部の第四音メセーが高音部のネーターと重なり、互いに完全 4 度ずれたテトラコルドとして理解すると明快である。



Fig.13-a “マカーム・フセイニ・ウシャイラン”



Fig.13-b 完全 4 度ずれた構造として示す“マカーム・フセイニ・ウシャイラン”

このように考えると、開始音をどのように選んでも、またテトラコルドが完全4度ではなくどのような4度であっても、maqam が構成出来ることになる。Fig.14 にそのような例を示した。



Fig.14 “マカーム・フーザム”

アラブのマカームを個別具体的に紹介すると、これらの音律に慣れていない者には、その複雑さないし煩雑さのほうが目についてしまいかねない。だが実際にこれらの響きを耳にすれば2000年来の演奏を通じて洗練された、実に自然な音律であると聴き取れる。また、一見すると複雑に見える音律同士の間にも、音程を並行移動することで、部分的に限られた移調などが可能な構造を見出すことが出来る。Fig.15 にそのような一例を示す。



Fig.15 “マカーム・ラハッアッラワー”と“マカーム・バヤティ”

複雑かつ多様なアラブのマカームであるが、ここで改めて Fig.4 の 24 平均律の円周群構造を思い出せば、これらは正確に円周上の点としてアサインする事が出来、24 回対称の回転対称性の構造を持つことになる。

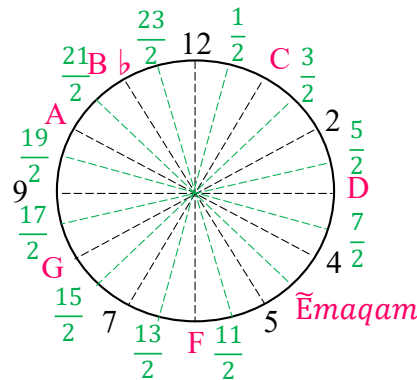


Fig.16-a 24 回対称性の構造内に埋め込まれた“マカーム・バヤティ”

## 5 maqam 構造に内在する対称性: 8分割平均律

Fig.16-a で  $\tilde{E}maqam$  と記した音程と、マカーム・バヤティに含まれる他の音程を見比べると  $\tilde{E}maqam$  を通る軸が D と F からなる直角を 2 等分している事が分かる。

これは一面当然のことで、短 3 度を 2 等分割したのだから  $\tilde{E}maqam$  の軸は、軸の中心を O として  $\angle DOF$  を 2 等分する。

同時にこれは、正方形 D-F-As-H と  $45^\circ$  の角度で傾交する正方形の 1 頂点に  $\tilde{E}maqam$  が位置することを意味する。正方形 D-F-As-H は各々の音程を同時に鳴らせば減三和音を構成するので  $\tilde{E}maqam$  を頂点とする正方形もまた減 3 和音を意味し、双方の和音が等しい音程感覚で重なり合っていることになる。簡単のため図示すれば Fig.17 のようになる。

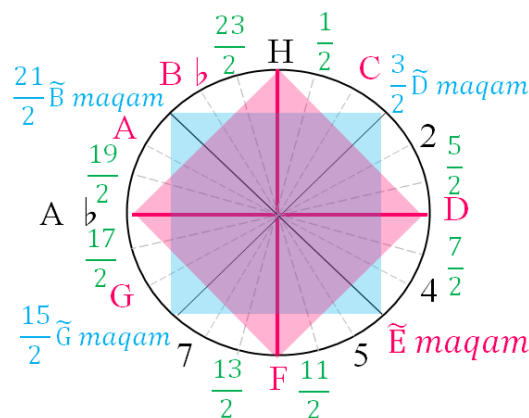


Fig.17 等間隔で交差する二つの減 3 和音

Fig.17 から直ちに、八角形  $H\text{-}\tilde{D}maqam\text{-}D\text{-}\tilde{E}maqam\text{-}F\text{-}\tilde{G}maqam\text{-}As\text{-}\tilde{B}maqam$  がオクターヴ環に内接する正八角形をなすことが分かる。つまり音列  $H\text{-}\tilde{D}maqam\text{-}D\text{-}\tilde{E}maqam\text{-}F\text{-}\tilde{G}maqam\text{-}As\text{-}\tilde{B}maqam$  は **1 オクターヴを 8 回対称に分割する平均律をなす**(Fig.18)。

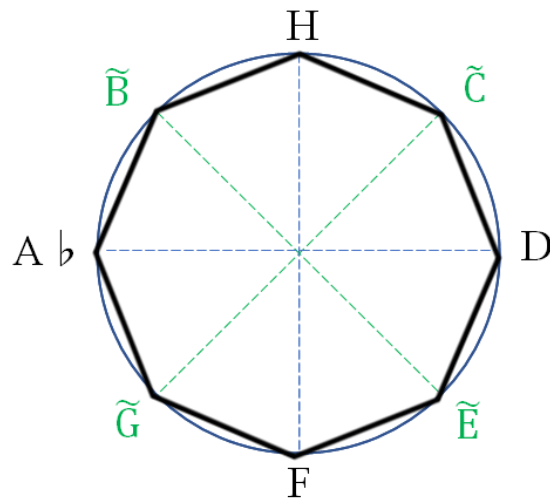


Fig.18 8回対称平均律

Fig.16 で見たように、12 平均律を 4 分音で等分割すれば 1 オクターヴは 24 回対称な円周群で分割される。Fig.18 は正八角形を示しているので、このシステム内には、実はもう二つ別の 8 回対称平均律が存在するはずである(Fig.19)

この事情は 12 回対称の平均律が、2 つの相異なる、互いに重なり合わない全音音階で被覆される事情と同様であり、Debussy などの作例を想起するまでもなく、音楽表現に具体的な可能性を示唆するものになっている、。

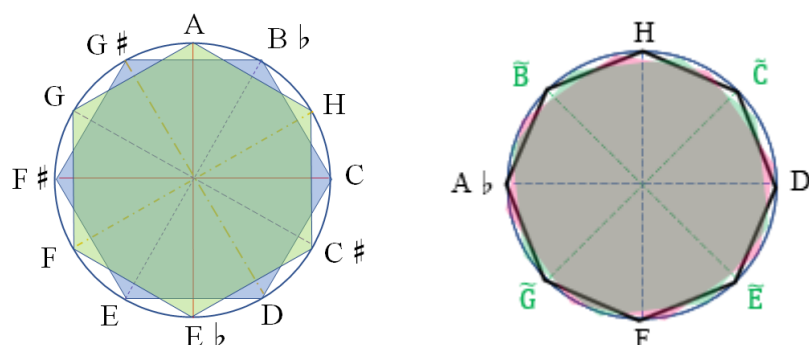


Fig.19 12 平均律の全音音階 2 重被覆と、24 平均律の 8 音音階 3 重被覆

四分音 maqam の音組織はこのように興味の尽きない内在構造を持つが、このような観点はアリストクセノス以来の古代ギリシャにも、またアラブや各地の maqam にも一切存在しない。ヴィシュネグラツキーやハーバなどの4分音理論に精通しているわけではないが、響きから判断するかぎり、このような観点を持っていたとは、やはり考えづらい。

理由は明快である。古典古代からイスラームの maqam まで、音組織の骨格をなすのはテトラコルドであり、音度で分割すると完全5度は7、完全4度は5で、 $7+5=12$ の半音階を分割しており**対称性が破れている**からである。

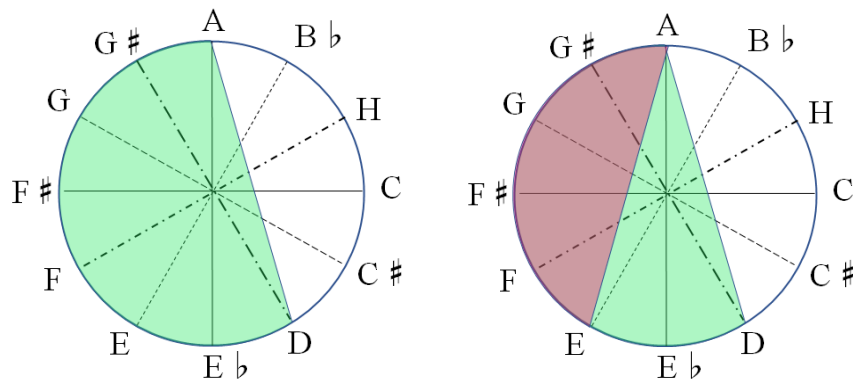


Fig.20-a 1 オクターヴは完全5度と完全4度で非対称に分割される

Fig.20-b 12 平均律 1 オクターヴのテトラコルド分割

24 回対称四分音分割円周群は、ユーラシア大陸全体に遍在するアリストクセノスのなマカーム音程を随所を含みながら、かつ旧来のテトラコルド構造で実現されることがなかった回転対称性に富んだ音律構造を有する。対称性を大域的に確認しておこう。

$$24 = 2^3 \times 3$$

であるから 24 回転対称の円群は 2 回対称、3 回対称、4 回対称、6 回対称、8 回対称、12 回対称の 6 つの対称性を持つ。このうち 12 回対称=12 半音平均律と重なり合わないのは 8 回対称性ならびに 12 回対称性だけであり、12 回対称性とは互いに四分音ずれた半音階に過ぎないので、実質的にはもっぱら 8 回対称性を考察すればよい。

回転対称性の性質を概観するため、先ほどの maqam bayati のダイアグラムを着色して図示すると以下ようになる。これらはすべて移行可能性～転調可能性など、音律構造の持つ基本的な拘束条件を示している。



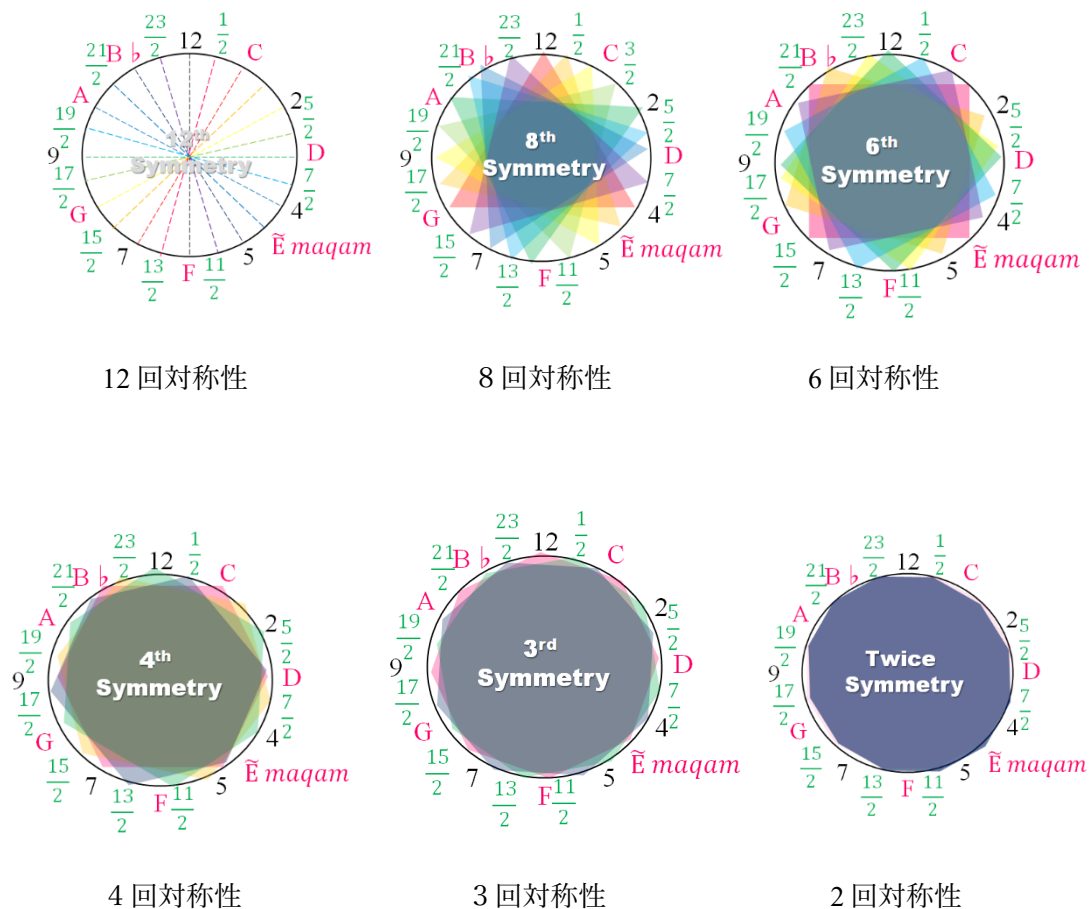


Fig.21 24 平均律円周群のもつすべての回転対称性

## 6 対称性の破れと Bartok-Lendvai システム

本稿で示した円周上の点で音程を示し、その対称性や破れから音楽構造を検討する方法は「バルトークの作曲技法」としてエルネ・レンドヴァイ Ernő Lendvai (1925–93) が示したものに準拠している[9]。

レンドヴァイの方法は「バルトークの作風分析」として正しいか否か、といった指摘があるようだが、筆者には一切意味のないことである。この方法は 1978 年に知って以来すでに 45 年、私自身の方法として昇華し、拡張しているもので、仮にレンドヴァイが音楽分析家として批判されるなら、それは音楽の作り手としての彼の優秀さを示していることになるだけであろう。リゲティからはレンドヴァイへの言及を聞かなかったが、シュトックハウゼンは高く評価していた[9]

バルトーク＝レンドヴァイの音組織の構造化として「中心軸システム」と名付けられたものを簡単に紹介しよう。

C-G-D-A-E... と完全5度を堆積することで得られる帰納的連鎖の鎖の分析から、1オクターヴを構成する12の半音階は、円周群上で対向する増4度同志、また直交しあう短3度の音度同志に同一の調的機能を担わせることができ、また互いに容易に転調可能である。

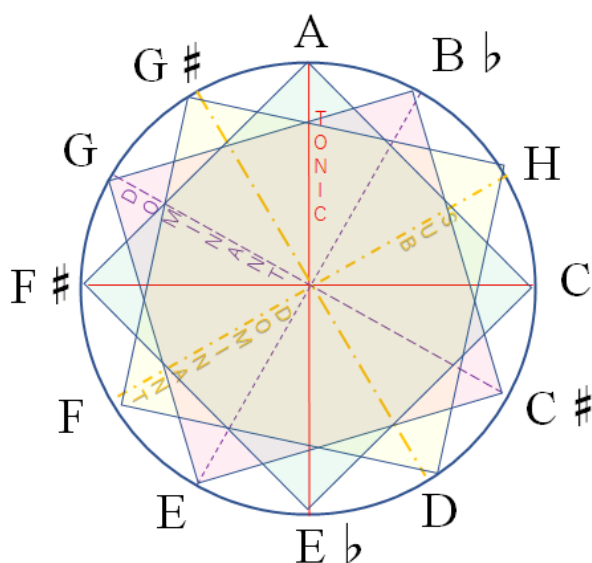


Fig.22 Bartok-Lendvai の中心軸システム

例えば C-dur の主和音は属7の和音（あるいはその省略形）から容易に Es,Fis,A の長短すべての和音に自然な連結が可能である。

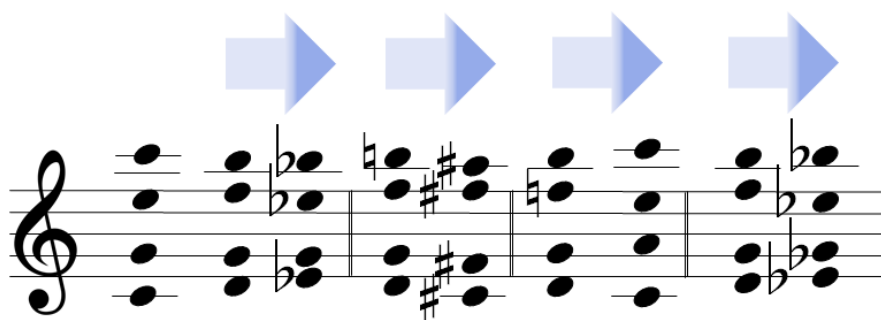


Fig.23 中心軸システムのダイアグラムは多数の音の進行を含意している

Bartok=Lendvai の観点から 24 回対称の makam 円周群を中心軸システムとして見れば、従来正方形であった機能群を、4 分音を含む 8 角形へと自然と拡張する事が出来る。

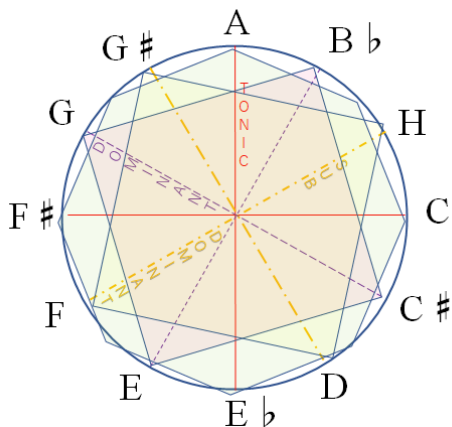


Fig.24 帰納的連鎖の鎖の 8 回対称性への拡張

拡張された機能的連鎖の鎖による 24 平均律の点群を具体的に示すと以下のようなになる。従来の 12 半音階的な機能的連鎖の鎖では

$$T - S - D - T - S - D -$$

と半音階の上昇に対して「カデンツ的」な連結が観察されたが、四分音に拡張した場合は

$$T - d - S - t - D - s - T - d - S - t - D - s -$$

となり「ブルース」的、あるいは古典和声的には禁則的な連結が観察される。

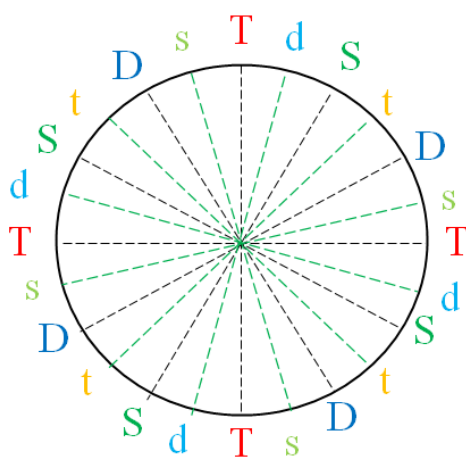


Fig.25 拡張された帰納的連鎖

こうした観察から、作曲ならびに解釈、演奏に当たって以下の二つのシナリオを立てることが可能となるだろう。

#### 1 maqam の拡大機能モード的展開シナリオ（「全音階システム」）

バルトーク、あるいはメシアン、デュティユなどの作例にみられるように、対称性に 5 度の破れを導入しながら局所に機能和声の重力圏（聴衆の記憶に準拠するカデンツ的進行ダイナミクス）を回避しないモード的な作曲・演奏解釈の可能性。こうした可能性は 1950 年代以降、意図的に回避され、ごく一部がスペクトルなどの方法で検討されているにとどまり、未踏の可能性が多く残されている。Bartok-Lendvai の用語に従えば「全音階システム」に近い音響構成が可能である。

#### 2 maqam のセリエールな展開シナリオ

ブーレーズ初期、シュトックハウゼン初期中期あるいは中後期を含むノーノなどの作例に見るように、調的重力圏を回避するセリエールな作曲・演奏解釈の可能性。こうした可能性も 60 年代中期以降、意図的に回避された経緯がある。同様に Bartok-Lendvai の用語に従えば「半音階システム」に近い音響構成となるだろう。

現実には「全音階システム」「半音階システム」双方を並立し、かつ 12 回対称性（バルトークで考えるなら素朴な「ペントニック」）をも回避しない「自由なセリエール」の恩組織の構成を、こうした音素材の構造的な特徴から導き出すことが出来る。いずれの場合も、バルトークが不本意ながらとどまらざるを得なかった 12 半音階の限界を超え、maqam 2 度が音楽をユーラシア的な響きの拡張へと自然に導くことは、原理的に保障されている。

### 7 響きに関する補題：音色と非線形協和性

微分音程に関連して、しばしば指摘されるもう一つのポイント「協和性」について付言しておく。

少なくとも古代ギリシャ・ローマ、ないしビザンツの音律論と、実際の音響との関係を「数比」だけで短絡するのは、大いに危険である可能性を指摘しておく。

Fig.26-a として 21 世紀のヴァイオリン音色のスペクトル線幅、Fig.26-b として 20 世紀韓国製の絹糸の張られた韓国の民族楽器コムンゴ  $\square \square \square$  のスペクトル線幅を示す。

ヴァイオリンの音色スペクトル線幅は 0.37cents すなわち半音の 0.4%にも満たないが、コムンゴ □ □ 고 音色のスペクトル線幅は 43.8 %、つまり半音の半分、4 分音程度の線幅を持つことが知れる。

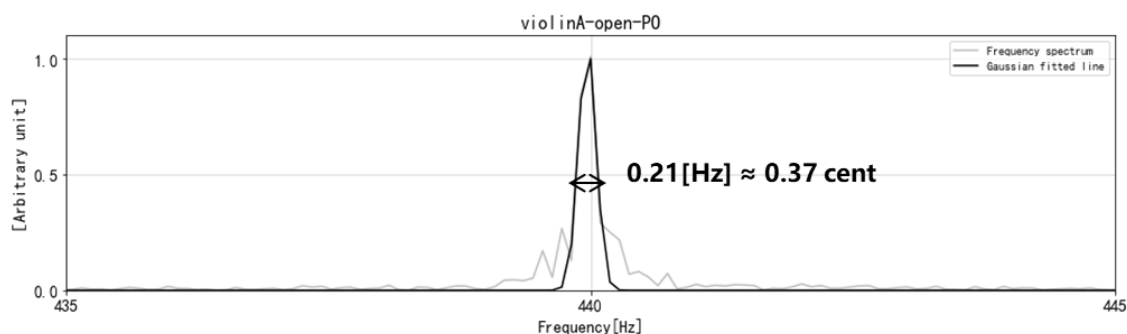


Fig.26-a Violin A 線基音のスペクトル線幅

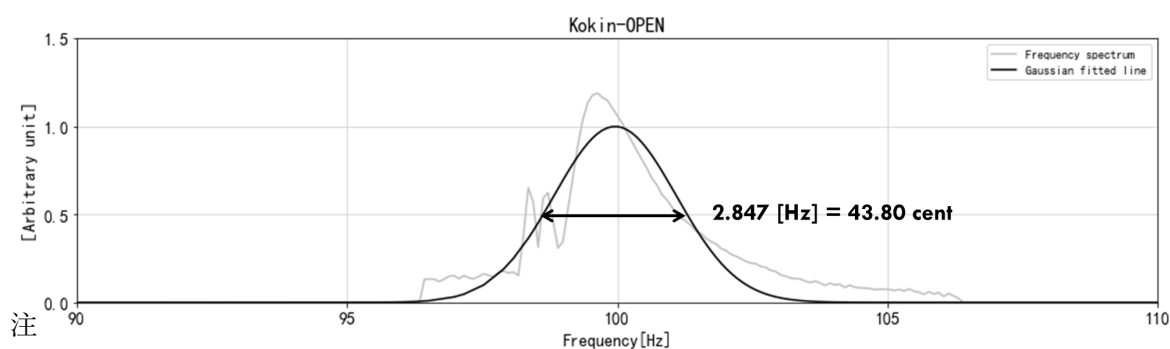


Fig.26-b コムンゴ □ □ 고 低音のスペクトル線幅

ここから拙速な議論に急ぐべきではないが、直ちに想起されるのはアリストイデス・コリンティアヌスによって報告されるエンハルモニオン *ἐναρμόνιος* 「響かせるもの」と名付けられた 4 分音の密集配置が続く。プラトン「国家」第三章で、英雄的で共同体に正の価値を還元すると記されることで著名なモードである。仮テトラコルドの下 3 音が、すべておのこの 4 分音以上の半値幅をもつ音色スペクトルから構成されていたなら、どのような響きが得られるだろうか？

### *Enharmonic Dorian*



Fig.27 「エンハーモニック」なドーリア調

かつて 2015 年、故 Andrew Barker と遠隔で議論しつつ、筆者自身でキタラなど古代ギリシャ弦楽器の複製を試みたことがあるが、作成の便利のため、調律ベグや弦は今日の部材に頼っていた。

海外のそのような廃絶楽器の複製例を見ても、今日的に明確な音色が聴かれる場合が多い。

だが紀元前 4 世紀の古代ギリシャ、あるいは紀元 8 世紀アッバース朝期のイスラムがどのような撚糸技術で、どの程度の品質をもつ弦を作成しそれによってどの程度半値幅のある音色が奏でられていたかは、今日必ずしも知られておらず、そもそもスペクトル線幅に伴う非線形引き込みが音程の協和に決定的な役割を果たすといった基本的な事実も、いまだ殆ど知られていない実情がある。

Maqam あるいは古代ギリシャのテトラコルドに基づくモードの、歴史的素材に戻る音色の再現、あるいは電子的な音色合成を用いた協和シミュレーションなどを併用して、引き続き基礎的な探究を継続しつつ、実作によって恩組織の諸性質を示す念頭である。

陳施佳、イジンヨンと私は、ヴァイオリンなど擦弦楽器の場合、通常の奏法よりもハーモニクスの音色スペクトルが、際立って幅広い線幅を持つことを明らかにした。そのような観点から、初期の微分音導入の原典を確認してみると、ハーモニクスのほか弱音器の使用など線幅を太くし、非線形な音程の融和を促進する労作が随所に施されていることが目につく。



Fig.28 シマノフスキ「Mythes」ヴァイオリン・パートの終結部

シマノフスキが線幅に関する今日的な視点を持っていたわけではないのは、言うまでもない。ここから察せられるのは、ヴァイオリンのパヴェル・コハンスキ、ピアノのアルトゥール・ルビンシュタインらとの緊密な共同作業を通じて、すべての音は繰り返し鳴らされ、作曲家の想像だけでなく、実際の響きを通じて確かめられ、最終稿が定着されていった経緯である。

すでに十分手垢のついた「平均律」の Pitch organization と、それと独立した音色の選定、アサインメントという、MIDI 規格同様に陳腐化したモデルは線形な独立性を前提としている。

そのような退屈な音楽の思考停止を免れ、響きと創意を斜めに横断する創作、そして演奏は、実際に鳴り響く音を確かめるところからのみ、あらたに歩み始めるであろう。

続稿ならびに作品、演奏を準備、展開の念頭である。

#### 注

[1] 私の「調律の異なる 3 群のオーケストラのための Dynamorphia(1978-98)」では、実演においては電子鍵盤のマスターピッチを変化させることで、比較的容易にこの状況を実現した。だが電子鍵盤の音響的な限界はあきらかで、楽器全体の調律の変化は現実的ではない。

[2] 上記 Dynamorphia など自分の作例、また現代のピッチに慣れた弦楽器奏者たちが古典調弦で演奏するとき、開始時は A=432Hz など低いピッチでも、演奏中に各自の持つ絶対音のピッチに漸近してしまい、とくに内声が濁って美しい響きが得られない演奏事情などにも触れておく必要があるだろう。

[3] ちなみに筆者は 2022 年に入ってバルトークが愛用した蠟管蓄音機にヴァイオリンの開放弦同様、長い正弦波の音程を録音、再生してみたところ、ヴァイオリン協奏曲第二番を想起しない訳にはゆかない音程の微動が聴き取られ、かなり衝撃を受けた。

[4] 20 世紀末年以降、電子計算機の普及でさまざまな微分音程による調的な作品を発表する、主として米国の Ph.D コンポーザを見かけるが、これらはあくまで合成音で成立するもので、仮に器楽で実現した場合、大変な労力を傾けた末に「音程の悪い合奏」としか聴かれず、評価の対象にならないリスクがある。バルトークは演奏家・演奏教授の生活経験が長く、有限確定のリハーサルで演奏効果が上がる重要性を認識していたと思われる。

[5] 筆者が古典音律に関する議論に触れたのは金澤正剛 および金澤先生のご教示に負う所が絶大である。金澤教授への謝辞とともに、本稿での簡略化の文責はすべて筆者にある事を記しておく。

[6] Fig. 5 では便宜的に Hypate を下方、Parhypate を上方の音程とした。テトラコルドを「モデル的に」記述する、したのはこの事情による。

[7] 以下の古代ギリシャ音律に関する詳細は Andrew Barker “The Science of Harmonics in Classical Greece” Cambridge University Press(2007) および故 Barker 教授のご教示に負うものである。ただし文責はすべて筆者にある。

[8] Andrew Barker [7]前掲書ならびに山本建郎「アリストクセノス＜ハルモニア論の研究＞」東海大学出版会(2021)

[9] E.Lendvai“Bela Bartok: An Analysis of His Music”Humanities Press (1971)

邦訳 エルネ・レンドヴァイ/谷本一之 訳 バルトークの作曲技法 全音楽譜出版社(1978)

[10] カールハインツ・シュトックハウゼンのケルン音楽大学卒業論文は、バルトークの「2 台のピアノと打楽器のためのソナタ」の徹底したアナリーゼである。ドイツ中部、キュルテンに所在するシュトックハウゼンの個人文庫で閲覧しか出来ないが、彼の音楽思考の原点が余すところなく示されている。

本研究は科学研究費「挑戦的研究(開拓)」20K20500「機械学習を用いた東アジア数理調和思想の実証的研究と共生倫理の検討 (研究代表者;筆者)」

<https://kaken.nii.ac.jp/ja/grant/KAKENHI-PROJECT-20K20500/> の助成を受けて行ったものです。関係ご各位に深く感謝します。