

ヘルムホルツ型不協和の

動力的解消について

李珍咏*) 陳施佳*) 伊東乾*)

On the Dynamical Dissolution of the Helmholtzian Dissonance

Jinyoung LEE *) Shijia CHEN *) Ken ITO *)

梗概

1863 年、ヘルマン・フォン・ヘルムホルツ Hermann von Helmholtz は彼の主著『DIE LEHRE VON DEN TONEMPFINDUNGEN ALS PHYSIOLOGISCHE GRUNDLAGE FUER DIE THEORIE DER MUSIK (音楽理論の生理学的基礎づけとしての楽音知覚教程)』において「和音」の協和性を近接する純音間の「うなり (beats, die Schwebungen)」から解釈する説明を試みた。今日の観点からは誤った推論であるが、彼の先駆的な試みは原著以降 160 年間追試されず、凌駕する者も現れなかった。本論文ではギエルギ・フォン・ベケシー György von Békésy によって 1962 年に報告された「エッジ聴」の現象をもとに、ヘルムホルツ型の「うなり」で基礎づけられた「不協和」の現象は、和声構成音のスペクトル線幅を変化させることで制御可能で、不協和感を消失させることすら出来ることを簡潔に示す。

Abstract

In 1863 Hermann von Helmholtz published his main work, DIE LEHRE VON DEN TONEMPFINDUNGEN ALS PHYSIOLOGISCHE GRUNDLAGE FUER DIE THEORIE DER MUSIK. He tried to explain the consonance of "chords" from the "beat, die Schwebungen" between frequencies of pure tones. From today's point of view it is an erroneous inference. However, his pioneering attempts were not replicated for 160 years after the original work, and no one surpassed them. In 1962, György von Békésy reported the phenomena of "edge listening" for the first time. In this paper, we show the possible control of the degree of "dissonance" with the changing of spectral line width, or even vanishing it. Helmholtz-type "beats" could not be heard from the continuous narrow-band noise and therefore could not be the origin of dissonant phenomena.

Key words: Helmholtz, dissonance, beats, von Békésy, edge listening, spectral band width

1. ヘルムホルツ原著（1863）の自然哲学的スケール

ヘルマン・フォン・ヘルムホルツの名は今日何よりもまず物理学者として、とりわけ「エネルギー保存則」を定式化した業績で知られる。また「生理光学」や「生理音響学」の建設者としても認識されている。だが彼のアカデミックな出発点は医学であり、生理学者として今日に至るニューラルサイエンスのパイオニアであったことは必ずしも強調されないように思われる。

加えて言えば 1863 年、42 歳のとき出版された 600 ページを超える紙幅の主著『DIE LEHRE VON DEN TONEMPFIINDUNGEN ALS PHYSIOLOGISCHE GRUNDLAGE FÜR DIE THEORIE DER MUSIK（音楽理論の生理学的基礎づけとしての楽音知覚教程）』が何よりも「音楽」の書であり、全巻の 4 割近くを割いて「楽音 Ton」の性質を論じ、西欧近代音楽の和声進行の基礎付けや、協和、不協和といった基本的な事実の後付け、さらにはヘルムホルツと同世代の音楽学者エドアルト・ハンスリック Eduard Hanslick(1825-1904) の絶対音楽概念を参照する音楽美学の議論を延々と展開している事実は、21 世紀の今日、ほとんど知られていない。



Fig.1-a ヘルムホルツ（1863）の第 1 頁 Fig.1-b 同第 38 頁

*) 東京大学大学院情報学環 作曲＝指揮・AI 生命倫理／情報動力学研究室

Division of Composition/Conducting, Information Statistic Dynamics and AI Life ethics,

Interfaculty Initiative in Informatics, The University of Tokyo

7-3-1 Hongo Bunkyo-ku, Tokyo 113-0032 JAPAN

1961 年、ノーベル医学生理学賞の受賞講演で、ハンガリーの音響生理学者ギエルギ・フォン・ベケシーは「ヘルムホルツの原著は驚きに満ちており」「出版から 100 年経過した今日でも、世界各国の大学では 1863 年時点のヘルムホルツを超える内容は教授されていない。現在も 100 年前の教程を教え続けている」と告発している。事実、ヘルムホルツの原著は本質的な内容を余すことなく示しており創造的な発想の豊かさは驚嘆すべきである。内耳の構造や蝸牛管の有毛細胞、その断面の顕微鏡観察像などは 21 世紀の教程内容をほぼ完全にカバーするのみならず、発見者の創意が随所に満ち溢れている。



Fig.1-c～e ヘルムホルツ (1863) の第 214, 222 228 頁

ヘルムホルツ・コイルなどの基本的な実験装置は、人間の音声を「楽譜」で思考し「母音を和声として記譜」しようとした、極めて鋭敏かつ音楽的な耳を持ったヘルムホルツの完全にオリジナルな発想から生み出されたことが生き活きと伝わってくる。

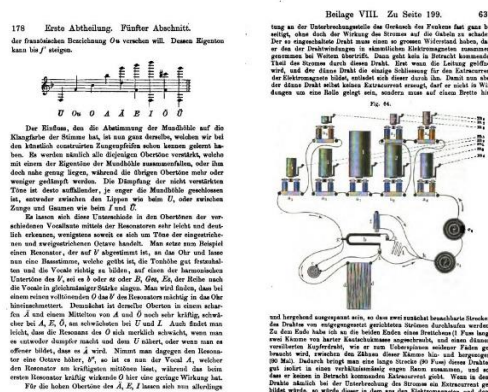


Fig.1-f~g ヘルムホルツ (1863) の第 178, 633 頁

こうしたヘルムホルツの努力は「生理音響学」や「音響物理」の創始として今日知られるが、原著者本人の強い動機は「音楽の美」の根源を明らかにしたい、という強烈な動機に基づいており、全巻の 4 割近くが音楽ならびに音楽美の生理的、神経科学的な根拠の解明に関する議論に使われている。それらの多くは、今日の観点から見るととき限界があるのも事実である。しかしそうした努力と、ヘルムホルツが傾けた芸術と美のニューラル・サイエンティフィックな鳥瞰への強烈な知的情熱そのものが、今日殆ど知られていないのは、極めて残念な事と言わねばならない。

確かに彼の議論には様々な限界があった。ヘルムホルツの音律に関する議論は「純正調」に準拠している。他方 1863 年という本書の成立時期は、1857-59 年に掛けて作曲されたヴァーグナーの楽劇「トリスタンとイゾルデ」が、ハンス・フォン・ビューローの指揮によりミュンヘンで初演(1865)される間の時期に相当する。

同一の調律で、長短 24 の調性いずれもが実現でき、自在な転調が可能である半音階的平均律が駆使され、西欧近代音楽の調的語法の枠組み自体が爛熟、崩壊しかけていた 19 世紀中半、古典的教養人であるヘルムホルツの楽律理解は、職業音楽人からは実用と距離のある、古色蒼然としたものに見えた可能性もあるだろう。

306 Zweite Abtheilung. Zehnter Abschnitt.

dem kann, wie zum Beispiel auf dem Claviere, fortgeschafft, oder sehr geschwächt ist. Auch der sechste Ton ist dann meistens sehr schwach, während man bis zum 5ten hin die Entstehung der Partialtöne zu begünstigen sucht. Wir werden auf die Intervalle, welche durch die Zahl 7 charakterisirt werden, und auf die kleine Sexte, welche durch die Zahl 8 bestimmt wird, später noch einmal zurückkommen. Die Ordnung der consonanten Intervalle, anfangend von den entschieden charakterisirten, übergehend zu den durch schwächere Schwebungen höherer Obertöne weniger gut begrenzten, ergibt sich hiernach folgendermassen:

1. Octave 1:2
2. Duodecime 1:3
3. Quinte 2:3
4. Quarte 3:4
5. Grosse Sexte 3:5
6. Grosse Terz 4:5
7. Kleine Terz 5:6

Das folgende Notenbeispiel zeigt die Coincidenzen ihrer Obertöne. Die Grundtöne sind wieder durch halbe Noten, die Obertöne durch Viertelnoten bezeichnet. Die Reihe der Obertöne ist fortgesetzt bis zu dem ersten gemeinsamen Obertone.



Octave Duodecime Quinte Quarte Gr. Sexte Gr. Terz Kl. Terz.
1:2 1:3 2:3 3:4 3:5 4:5 5:6

Wir haben bisher immer nur von solchen Fällen gesprochen, wo das angegebene Intervall sehr wenig abweicht von einem der natürlichen consonanten Intervalle. Bei einer geringen Differenz sind in der That die Schwebungen langsam, daher leicht zu bemerken und leicht zu zählen. Natürlich sind sie auch vorhanden, wenn die Abweichung der coincidirenden Obertöne grösser wird. Aber freilich, indem sie zahlreicher werden, verbirgt sich ihr eigentlicher Charakter unter der überwiegenden Klangmasse der stärkeren Grundtöne noch leichter, als dies bei den schnelleren Schwebun-

496 Dritte Abtheilung. Fünfzehnter Abschnitt.

keit angewendet. So in der grossartigen Fuge im Messias: „And with his stripes we are healed“, welche die Vorzeichnung von F. Moll trägt, aber durch häufigen Gebrauch der Septimenharmonie auf G auf den Grundton C hinweist. Die rein dorische Cadenz ist folgende:



Ebenso im Samson, der Chor „Hör Jacob's Gott“, welcher in dorischer Tonart von E das Fehlen der geängsteten Israeliten im Gegensatz zu den unmittelbar darauf folgenden rauschenden Opfergesängen der Philister in G-Dur sehr schön charakterisirt. Auch hier ist die Cadenz rein dorisch:



Er - läßt, er - läßt, er - läßt o Herr des Volk.

Der Israeliten Chor, welcher den dritten Theil einleitet: „Im Donner komm o Gott herab“, und hauptsächlich in A-Moll sich bewegt, hat ebenfalls einen dorischen Zwischensatz.

Auch Sebastian Bach hat in den von ihm harmonisirten Chören, deren Melodie dem Sextengeschlecht angehört, die Harmonisirung in diesem Geschlecht belassen, so oft der Text einen tief schmerzlichen Ausdruck erfordert, z. B. in dem *De profundis* oder „Aus tiefer Noth schrei ich zu Dir“, ferner in dem Liede von Paul Gerhardt: „Wenn ich einmal soll scheiden, so scheide nicht von mir“, während er dieselbe Melodie zu anderen Texten, z. B. „Befehl Du deine Wege“, „O Haupt voll Blut und Wunden“ etc. in Dur oder

Fig.1-h,i ヘルムホルツ (1863) の第 306, 496 頁

だが、音楽側の人間が、ここに示された先駆的な内容の全貌を、正確に理解できたとは到底思われない。

じっさい、蝸牛構造の神経科学的解明によりヘルムホルツの仮説を否定しつつ継承したフォン・ベケシーは、生涯にわたってヘルムホルツの音楽論にほとんど言及した形跡が見られず、この業績でのノーベル賞講演でもプリミティヴ・アートなど視覚芸術に言及しており、音楽的な内容を理解していたとは思われない。

確実にヘルムホルツの音楽論を読破、理解し、後継研究を発展させたケースとしては、チャンドラセカール・ヴェンカタ・ラマン（1888－1970）などごく極めて少数の例しか挙げることができない。

ヘルムホルツの原著は著者の没後、ドイツ語版初版公刊から49年後の1912年に英訳されている。その段階でも世界の聴覚基礎に関する理解はヘルムホルツの段階をおよそ凌駕していなかった。

これを手にして強い興味を惹かれた、極めて少ない例外的存在であったラマンは1910年代後半、ヴァイオリンなどの楽器音響を詳細に調べ、大著(1918)を公刊している。だがラマンの興味は、安定したヴァイオリン音を得るべく、演奏装置を設計するなど、人間の奏者が音楽合奏する現実とはかけ離れたもので、音楽界に与えた影響は殆どなく、ヘルムホルツが示した音楽美への興味や関心も受け継がれていない。

チャンドラセカール・ラマンに大きく先だって、ヘルムホルツ在世中に、音響の物理的側面についてはジョン・ウィリアム・ストラッド、いわゆるレイリー卿(1842-1919)が音響物理の大著(1877)を公刊しているが、ここでは自然哲学の広がりをもつヘルムホルツの仕事のうち、物理的な側面に特化して深化されており、生理音響学の観点、聴取や聴こえに関する議論は避けられている。音楽の聴取やその調和感、美学的な問題などは、当然振れられていない。

レイリー卿(1904)」もチャンドラセカール・ラマン(1930)もノーベル物理学賞を受賞しているが、前者はアルゴンの発見に至る気体研究、後者は広く知られる「ラマン散乱」の発見が評価され、レイリー卿はさらに量子力学発見に至る光の散乱理論が広く知られ、音響に関する研究は大家の趣味的傍流の仕事、といった誤解すら受けやすく、およそ正当に評価されているとは言えない。

以下では ヘルムホルツ自身が原著に記している、創造的な誤謬の一例として「響きの不協和感」の起原とその解消」の問題を取り上げよう。

2. ヘルムホルツの不協和モデル

ヘルムホルツは響きの不協和感を評価するのに、独特の「Rauhigkeit」なる概念を導入する。英語では roughness と訳されているが、日本では正確に受容された例が見当たらない。「粗さ」などと逐語的に置き換えているものは目にしたが、内容を理解しているとは思われない。

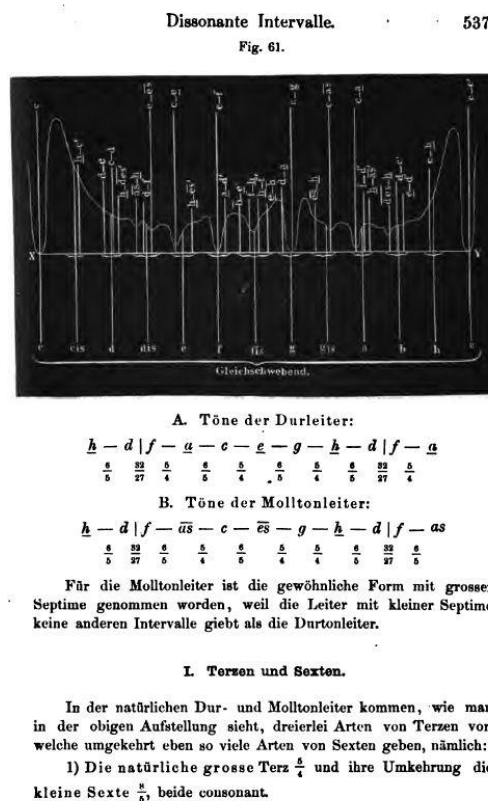


Fig.2 ヘルムホルツ（1863）の第 537 頁、長調全音階音度の Rauhigkeit

ここでヘルムホルツが問題にしているのは響きの「肌理の粗さ」であり、あえて訳すなら「粗雑さ」あるいは「ざらざらした感じ」を指す。それを決定づける重要な要因としてヘルムホルツは響きを構成する「純音」の「うなり」を重視する。Fig.2 に示したのは純正調全音階に基づく「ヘルムホルツ型不協和」のモデル計算結果で、いくつかの仮定を置きながらヘルムホルツは「半音」（短2度）以内と「オクターヴマイナス半音」（長7度）より広い音程で、もっとも「粗雑さ」が際立つとしている。

この計算に一つの根拠を与えているのは、現代の表現を取るなら周波数差 33Hz の「うなり」beats, die Schwebungen が「人間にとってもっとも違和感がある」とする、ヘルムホルツ研究グループの中間成果であり、それは今日の観点からいくつかの点で誤っている。(また同時に別の豊かな可能性を秘めた誤謬であるともいえる)。

ちなみに Hz 単位は電磁波の発見者ハインリヒ・ヘルツ(1857-)にちなむもので、本書公刊時にヘルツは幼児であり、のちにヘルムホルツの学生～助手を務めており、ここでは当然ながら Hz 単位は用いられていない。

ヘルムホルツの「33Hz」は今日の「音響学」「聴覚認知科学」などの観点からは無根拠な誤謬と見做されるかもしれない。だがこの帯域はヒト諸知覚のバインディング周波数に相当することは指摘しておくべきだろう。視覚、聴覚、触覚など複数の知覚モダリティから脳にもたらされる情報は、適切な「クロック周波数」で整序され、超越的統覚というべき意識の座で「同時に」認知受容されるが、そのクロック周波数に相当するのが binding frequency である。

初期の生理音響学や生理光学では、今日の目で見ればかなり無謀な直接測定を行っていた可能性が考えられ、バインディング周波数に相当する音波による擾乱を受け、被験者が強い拒否的反応…嘔吐などを含め…を示した可能性は容易に想起出来る。ヘルムホルツの 33Hz 説は強い確信をもって記されており、後進の我々が安易に否定しても可能性の芽を見逃すだけに終わる可能性が高い。

ヘルムホルツの犯したもう一つの誤謬は「**響きを構成する純音**」同志が相互作用する**というモデル化**である。

独立した線形振動子が重ね合わせによる相互作用を行う場合、振幅に「うなり」beats, die Schwebungen が聴きとられる。

これは、おのおのの波が正弦波(など)として独立していることで、その差分に相当する成分が包絡に現れる現象をさす。ヘルムホルツは音叉 Stimmgabel (直訳すれば「声のフォーク」)を要素として、楽器音響から人間の音声言語まで、あらゆる音響を再構成しようと考えており、じっさいに「ヘルムホルツ母音音叉」によってドイツ語のあらゆる母音を再現するデジタル・ヴォコーディングに成功している。ここでは音叉を奏でる鍵盤が取り付けられた共鳴器が人語を発している。

こうした成功にも助けられてであろう、ヘルムホルツはもとより、彼の大きすぎる初期成果を基本そのまま継承している「音声学」「楽器音響」「建築音響」など多くの分野では 21 世紀現在でも大まかな周波数に基礎を置く、極めて牧歌的な分析が踏襲され続けている。母音の分類に用いられる「フォルマント」などの概念はその典型と言えるだろう。



Fig.3 ヘルムホルツの母音音叉 (20 世紀になって作り直されたもの)
左手前に見える鍵盤を「演奏」して、異なる母音が「和声」として響く

実在する物理的な音波には、かならず線幅が伴う。音叉などが発する響きが「正弦波」ととらえられるのは、その周波数分解能の範囲においてであって、現実には、物理的な音叉は言ううに及ばず、電子的に発信される「正弦波」にも、発振回路からスピーカーシステムまで、あらゆる段階での統計的な分布が反映して、ガウス関数などによって示されるような「線幅」が存在、観測されうる。

この線幅を、一定以上の精度で制御できるようになったのは 20 世紀前半のアナログ音響処理技術の進展によるもので、ヘルムホルツの時代には望むべくもないことであった。とりわけ 20 世紀初頭に全世界で覇が競われた「建艦競争」と、これに次ぐ「潜水艦」攻撃、防衛網の拡充に際して、水中音波探査は必須不可欠の軍事技術となり、莫大な資金が投下され、第二次大戦末期まで電気音響に基づくオーディオロジーが発展した。

第二次大戦は広島、長崎への原子爆弾投下により終結し、核弾頭とそれを配備する大陸間弾道弾のミサイル防衛が支配的な軍事技術課題となるに及んで、音波で養われたソナーの技術は光波を用いた空中でのレーダーにとってかわり、音響技術は軍事から民生に転用され、周辺イノベーションの発達とともにトランジスタラジオからテレビ、通信にいたるオーディオ（+ヴィジュアル）技術の拡充、そのデジタルベースへの世代交代が続くのは周知のとおりである。

3. 「エッジ聴」に基づくヘルムホルツ不協和の解消

そんなさなかの 1961 年、蝸牛構造の解明でノーベル医学生理学賞を得たフォン・ベケシーは翌 1962 年、帯域雑音を耳にした際、その端点近くの音程だけを人間が「ピッチ」として認識する「エッジ聴 edge listening」の現象を報告する。

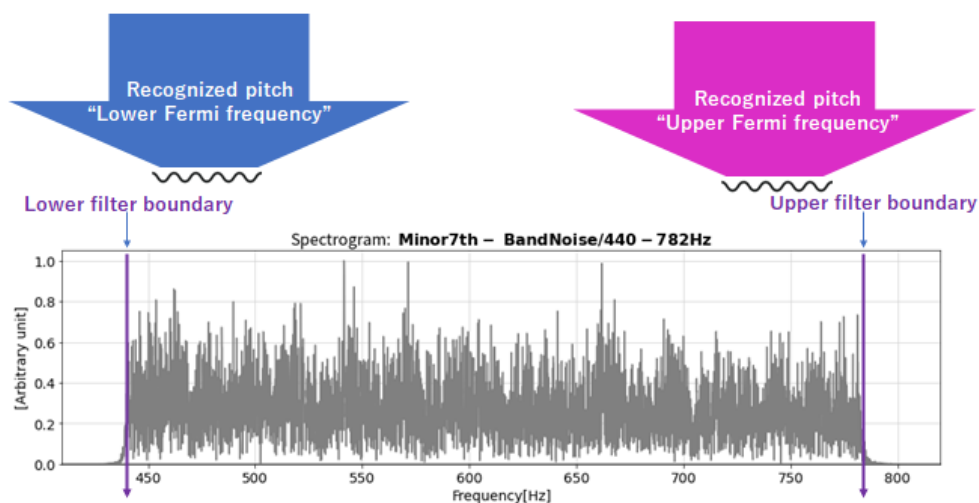


Fig.4 帯域雑音を聴取した際に人間が近くする音高「エッジ聴」

図 4 にエッジ聴の概略を示す。帯域雑音を耳にした際、聴き手はその端点付近の音程だけを認識する。巨視的にはこの振る舞いは、よく知られた「側抑制」の効果から説明される。上の例は実際のサンプルから引用したものであるが、フォン・ベケシーの用いた 1960 年台初期のアナログ機器では、上図のように鋭いカットオフ周波数を持つ、 Q 値の高いバンドパスフィルターは存在しなかった。

コンデンサとコイルを用いた、 Q 値の低いアナログのローパス／あるいはハイパスフィルタが用いられ、その端点の音程が知覚されることが報告されるにとどまった。

この状況は、音情報処理のデジタル化が進んだ 1980 年台以降も変化せず、筆者らの研究グループがエッジ聴研究を開始した 1990 年台も同様であった。

Q 値の高いバンドパスフィルターを用いて知覚評価を行うと、上下のバンドパスフィルタ端から少し帯域雑音側に入った領域の周波数に相当する音程が聴取される。

この周波数をフェルミ周波数と呼んでいる。高い方の音程として認識される周波数を上フェルミ周波数、低い方の音程として認識される周波数を下フェルミ周波数と呼ぶ。これらは主観量であるため、当然ながら値は分布を持ち、その統計的な性格なども筆者らによって明らかにされているが、ここでは別論とする。

「エッジ聴」の観点に立つとき、ヘルムホルツの時代には確認不可能であったもう一つの死角が明らかになる。すなわち、近接した領域に稠密に周波数が分布する帯域雑音に対しては「うなり」の現象は線形振動子の場合とは様相を事にする、という事実である。

帯域雑音は、帯域幅を狭小に絞ってゆくと、雑音自体が確率的に振幅にうなりの様相を呈し始める。このような状況にある帯域雑音を超狭域雑音と呼んでいる。

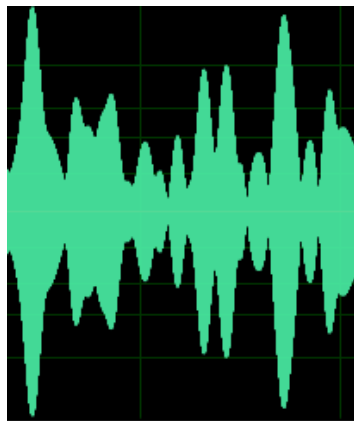


Fig.5 超狭域雑音のサンプル例、440－441Hz の幅でホワイトノイズを切り出した一例

Fig.5 に示すのは周波数帯域 440～441Hz で切り出した超狭域雑音の波形例である。横軸は時間で 10 秒ほど切り出しており、その間に 10 個強の**振幅のゆらぎ＝確率的なうなり**が観測される。ホワイトノイズのフィルタリングに関してはうなりの数は帯域幅と相関を見せ、ヘルムホルツが考えたような「部分波」としての線形振動子、すなわち**仮想的なヘルムホルツ音叉同志による差分に基づく相互作用は観測されない**。

この観点に立つなら、ヘルムホルツが構想した「**音楽的音律調和**」の評価像は、**その様相を一変**することが明らかであろう。

仮に協和・不協和の感覚に「うなり、beats, die Schwebungen」が重要な役割を果たすとヘルムホルツ説を踏襲するとしても、以下が成立は明らかである。

認知の観点を捨象し、物理的音波の「うなり」に基づいて音楽音程の協和感を議論する
ヘルムホルツ型の不協和は、

- 1 要素音の**スペクトルバンド幅（あるいは線幅）の非線形関数として振舞うこと、**
- 2 バンド幅程度の周波数（頻度）で**確率的なうなりのゆらぎが観測されること**
- 3 **バンド幅を制御することでゆらぎ～ヘルムホルツ型不協和は制御可能であり**
- 4 適切に**十分広く線幅を取ることでヘルムホルツ型不協和は解消が可能**

である。さらにそこから敷衍して

- 5 現実の器楽音や声楽音も、**同一の音度でも音色の線幅により協和感は異なる事**

を示すことが可能である。以下ではもっとも単純なケースで、ヘルムホルツ型不協和の制御と解消の例を示す。

4. 線形振動子「うなり」の自己相関関数解析

まず最初に、ヘルムホルツが理想的に構想した二つの線形振動子によるうなりの状況を、スペクトルならびに自己相関関数解析によって示そう。なお以下のスペクトル解析では、ヒト聴覚の認知的弁別分解能と同程度かそれ以上の精度を出すため、長時間サンプルを用いたスパース FFT（李+伊東、2020）の方法を用いている。

「440Hz の正弦波」を電子的に発生させた場合、以下のスペクトルで明らかなように生成にともなう裾野の周波数分布が原理的に伴う。

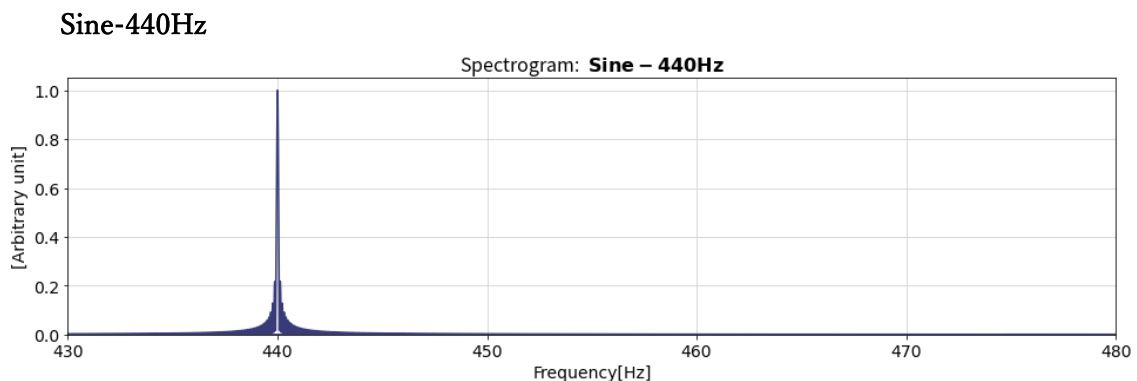


Fig.6-a 440Hz の電子的正弦波が原理的に伴う線幅と周波数分布

この「正弦波」の「線幅」と周波数分布を確認してみると、このサンプルではピークにおいても 0.11Hz 程度の半値幅が確認され、周辺にも副次的な成分が観測される。私達は音楽音響に興味があるので、この線幅を当該周波数帯域の音程幅として評価すると、約 0.37 セント、すなわち 1 半音を 100 としてみた場合 0.37% 程度の広がりしか持っていないことが判る。

これをヒトの聴覚が聴きとる弁別の分解能はないので、一般的には十分「純音」で通用することが判る。ましてや、ヘルムホルツの時代と当時の機器では、よほど幅の広い分布であっても「純音」としてモデル化するしか方法はなかった。

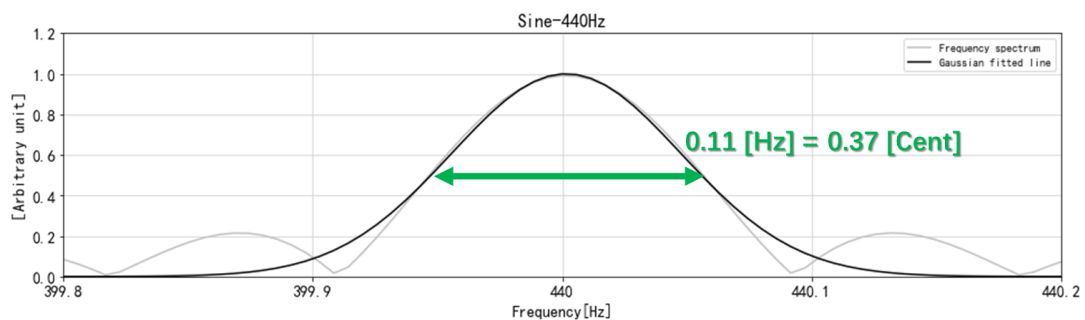


Fig.6-b 440Hz の電子的正弦波の線幅と周波数分布拡大、

このような線幅の「正弦波」を、ヘルムホルツに準拠して、純正調の「半音」に相当する「短2度」周波数比にして約 16/15 倍にとった、中心周波数 469 で正弦波を準備し、440Hz の「正弦波」と重ね合わせ、「うなり」を発生させてみよう。

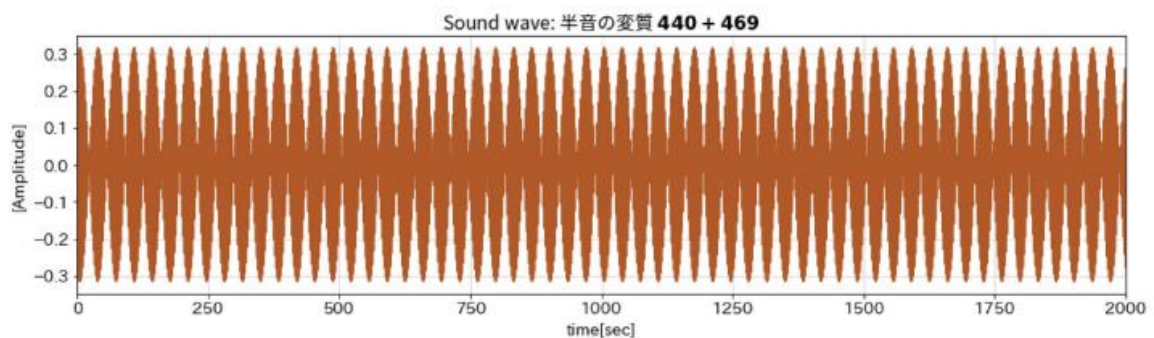


Fig.6-c 440Hz と 469Hz の正弦波の重ね合わせ＝うなりの生成

この重ね合わせた音波の性質を調べるため、自己相関関数解析を実施し、結果をいくつかのスケールで観察してみる。

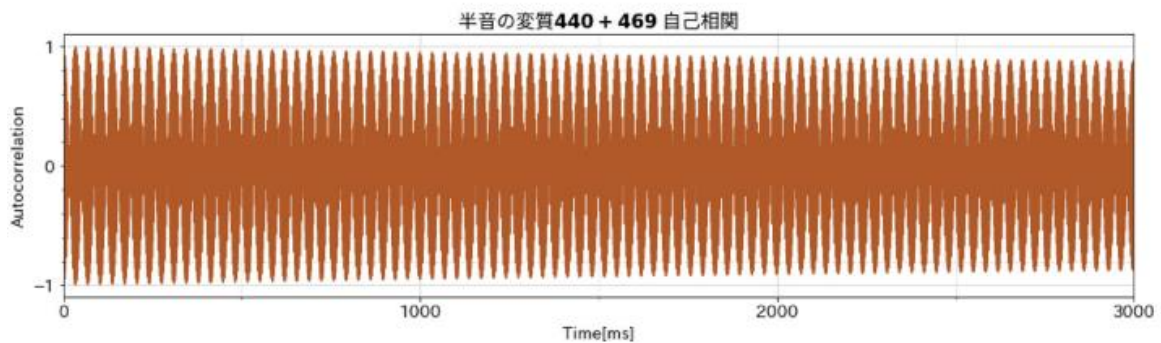


Fig.6-d 440Hz と 469Hz の正弦波、重ね合わせの自己相関解析結果（3000 msec scale）

Fig.6-d は 3000msec すなわち 3 秒のスケールでの重ね合わせ音波の周期的なふるまいを示している。相関時間が長くなるにつれ、少しずつ相関の値は減少してゆくが、私達が主観的に認識できる長時間スケールで、一様な印象を与えることが客観的にも示されている。

この相関を 150msec のスケールで観察すると、以下のようなになる。二つの正弦波の周波数差 29Hz は周期に直せば約 34.48msec で、下に見る通り、この「うなり周波数」の定常状態が永続する、**準静的なふるまい**であることが明らかである。

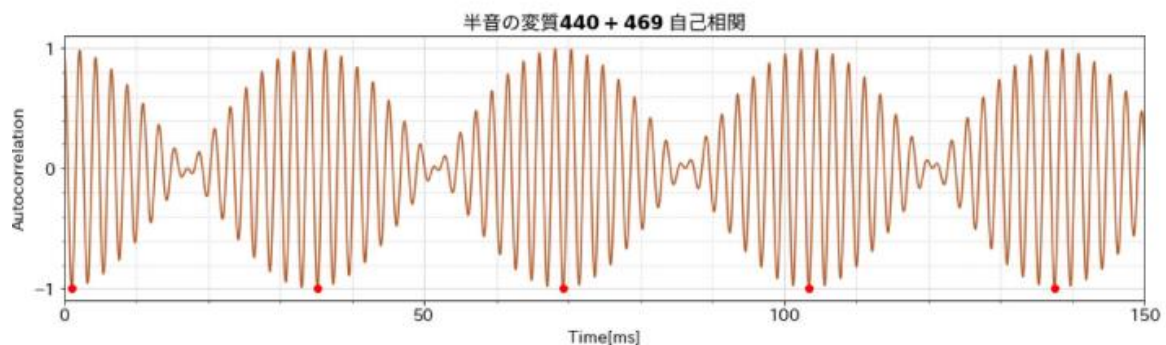


Fig.6-e 440Hz と 469Hz の正弦波、重ね合わせの自己相関解析結果（150 msec scale）

線形振動子としてモデル化可能な系では、準静的で時間に関して可逆な周期的現象が観察される。実際には上記の例も理想的な振動子ではなく、わずかの線幅を持つため、それが自己相関関数包絡のわずかな減少として示されている。これに対して僅かな「ゆらぎ」を導入するだけで、事態は大きく変化を見せる。

5. 線幅を伴う非線形帯域雑音「うなり」の自己相関関数解析

今示した正弦波に対して、わずかな擾乱すなわち「ゆらぎ」を導入することを考える。音波の揺らぎはスペクトル上では周波数分布の**線幅**として観測される。

最初に 1Hz 程度の線幅を導入するべく、Q 値の高いバンドパスフィルタを用いて 440-441Hz と 468-469Hz のスペクトル線幅を持つ超狭域雑音を生成してみよう。おのこののマクロなスペクトルは以下に示す通りである。

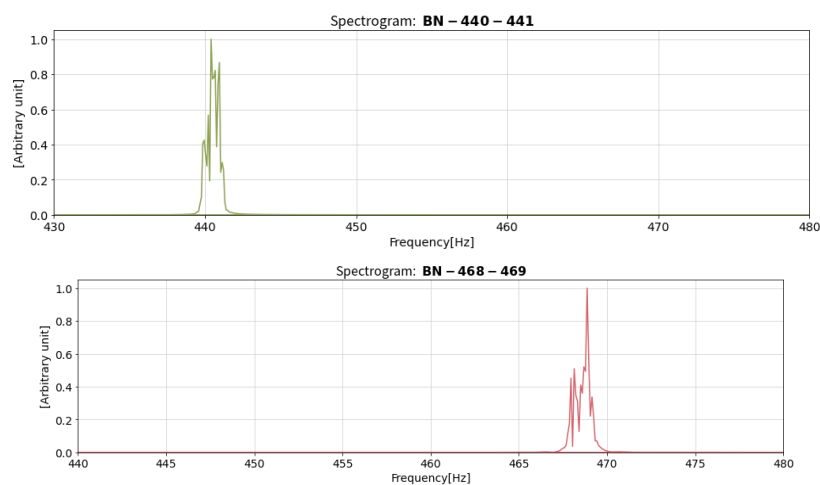


Fig.7-a 440Hz と 469Hz 近傍で 1 Hz の線幅を持つスペクトル

各々のスペクトルを拡大し、先の近似的「正弦波」のケースと同様、線幅を評価すれば以下のようなのである。

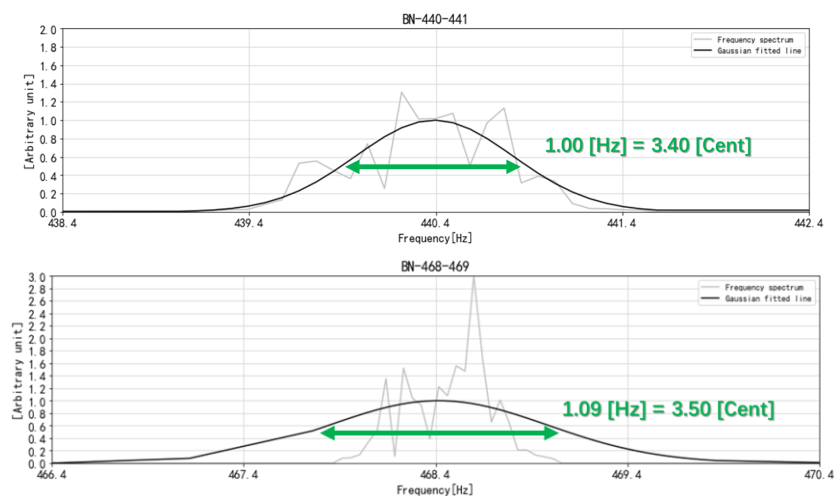


Fig.7-b 440Hz と 469Hz 近傍で 1 Hz の線幅を持つスペクトルの詳細

おのこのスペクトル線幅は約 1 Hz で、これはこの周波数帯域の音程に換算して 3.4～3.5 セント程度の広がりに対応する。半音を 100 としたとき 3 % 程度のズレであり、主観的にこれらの音は「ラ=440Hz」であり「シ♭=469Hz」としか聴きとられない。実際の楽器音響も同様で、多くの楽器音色が、これよりはるかに広い線幅の音色構造を持つことに注意しておく。だが、たった 1 ヘルツの線幅程度ゆらぎを導入しただけで、合成音の挙動は線形のケースと大きく異なる様相を見せるようになる。

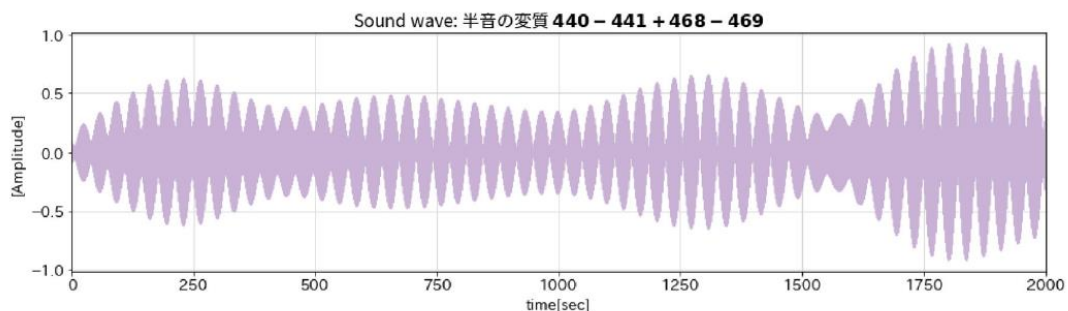


Fig.7-c 440Hz/469Hz 近傍で 1 Hz 線幅を持つ超狭域雑音の重ね合わせ波形例

ここにはすでに時間的に可逆な「準静的」な挙動は見られず、不規則に揺らぎ時間的に不可逆な動力学的展開すなわちダイナミクスが観察される。

半音間隔で近接する、おのこの 1 Hz 線幅の超狭域雑音の干渉で生成されるダイナミクスの性質を、自己相関関数解析で確認すると、定常な線形系と顕著に異なる挙動が確認できる。正弦波の例と同様 3000msec のスケールで観察すると、300msec 程度で相関は急速に減少し、ピークの 2 割程度にとどまることが知られる。つまり主観的には同じ「ラ」と「シ♭」が耳に届きながら、ゆらぎの導入により正弦波よりはるかに少ない「うなり」ヘルムホルツの表現を踏襲すれば die Schwebungen に減殺していることが明示される。

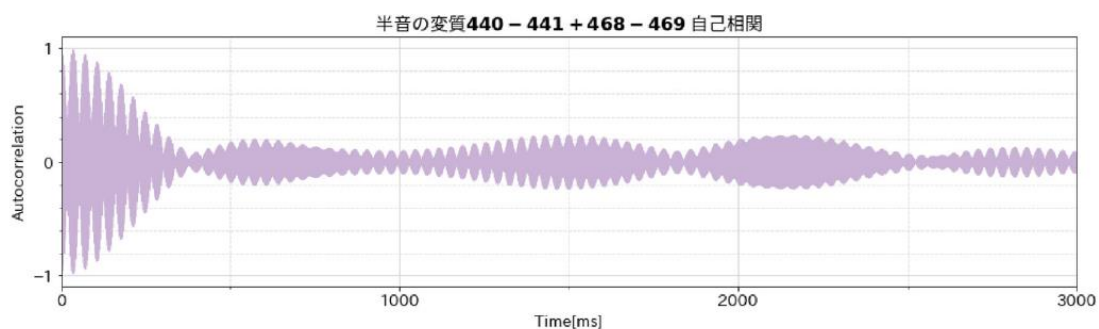


Fig.7-d 440Hz/469Hz 近傍で 1 Hz 線幅を持つ超狭域重ね合わせ雑音の自己相関解析

6. 線幅の変化による非線形帯域雑音「うなり」の制御と解消

いま、たった 1 Hz 程度の線幅拡張、すなわち非線形ゆらぎの導入によって、2 音の音楽的音響調和のダイナミクスが一変することが示された。この線幅を拡大して 10Hz, 20Hz としたら、どのようであろうか？ 比較の便利を考え、正弦波、1Hz 幅、10Hz 幅と 20Hz 幅の結果を並列して示そう。

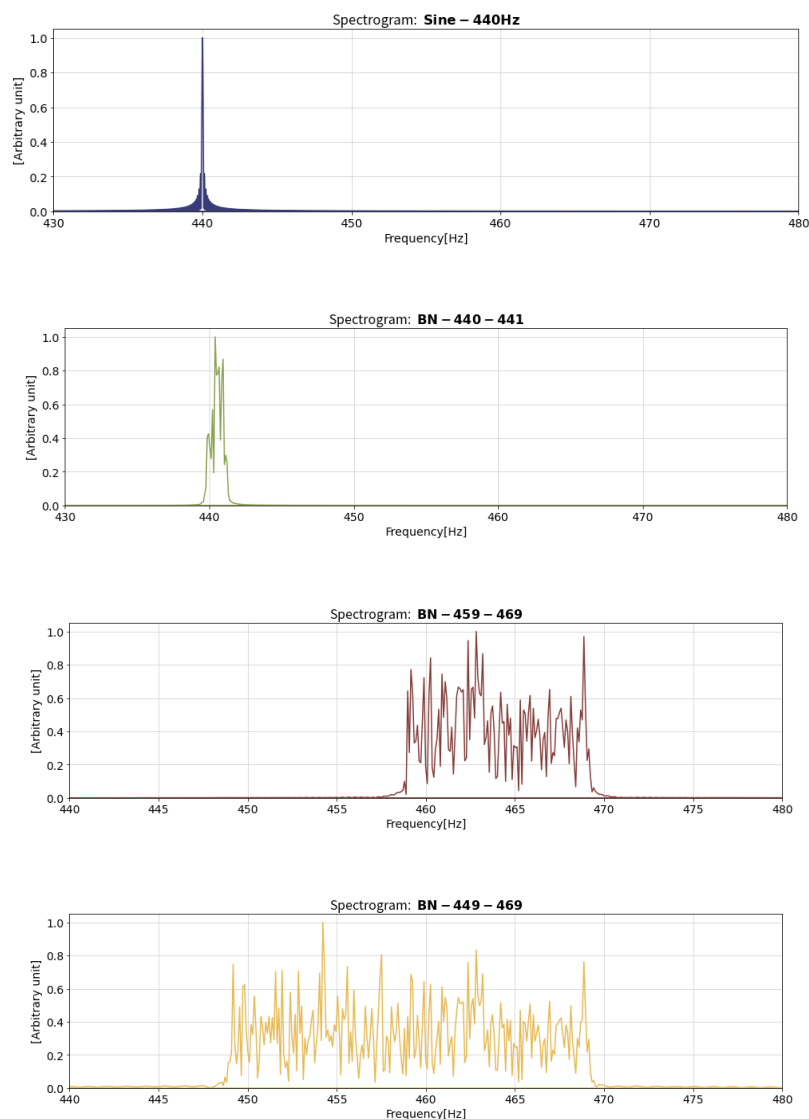


Fig.8-a 線幅を拡大した際のスペクトル 上から 440Hz 正弦波、
440-441Hz 幅が下側の例、続いて 459-469Hz 幅、449-469Hz 幅が上側の例

今までと同様、線幅に注目して音程認知の観点からセント単位での評価を付してみる。

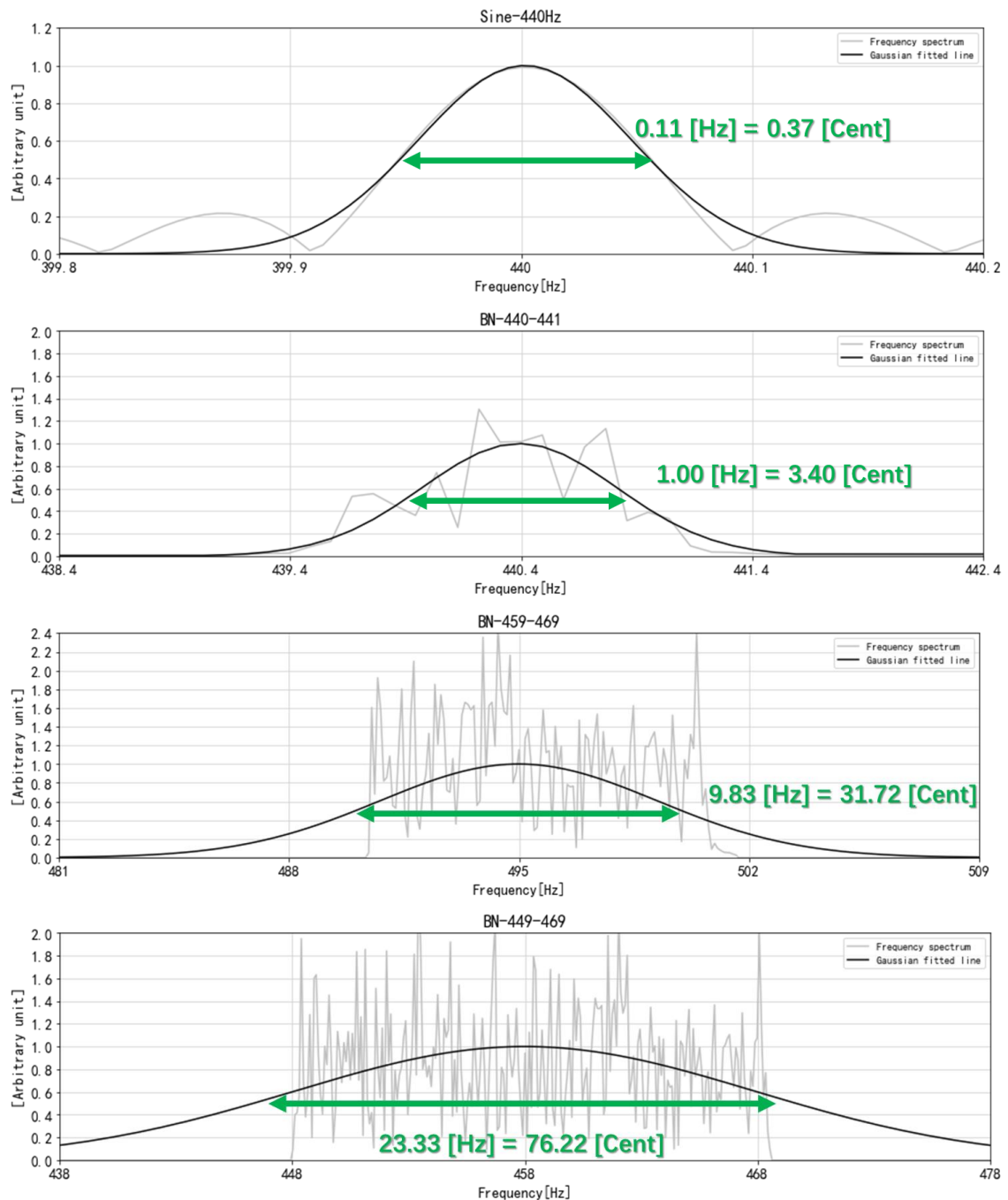


Fig.8-a 線幅を拡大した際のスペクトル 上から 440Hz 正弦波、
440-441Hz 幅が下側の例、続いて 459-469Hz 幅、449-469Hz 幅が上側の詳細

上記すべての例でセント表示の結果が 100 を超えないことに注意しよう。すなわ、線幅は様々であるが、これらを耳にすると、私達人間が知覚する音程は**スペクトル幅の如何に関わらず一貫して「ラ」であり「シ」**であり続ける。線幅が変化することでこの半音の関係が多彩に変容することが、ヘルムホルツにとっての最大の死角であった。

これらの線幅で作成した「短2度」の響きを、波形の概要から示そう。

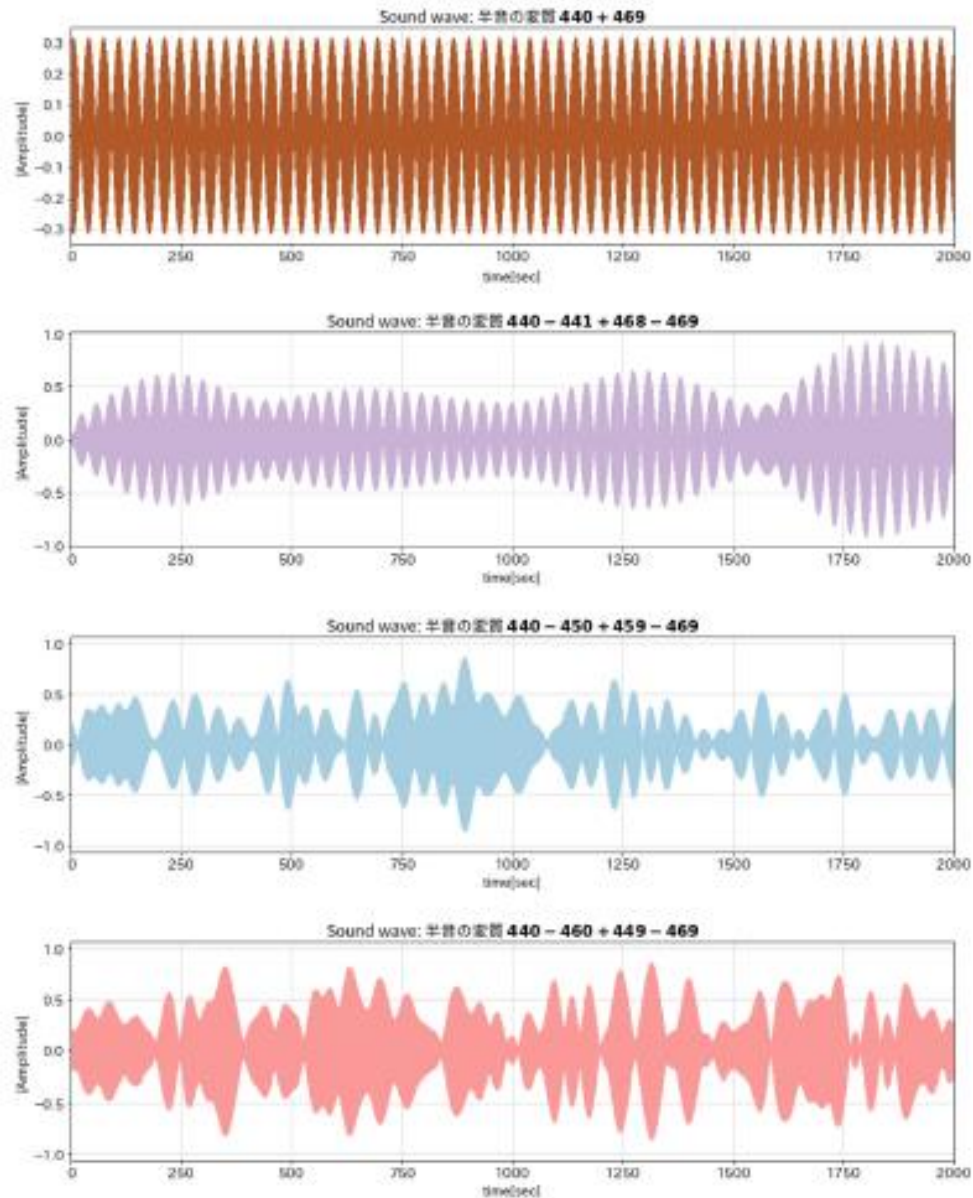


Fig.9-a 線幅を変化させた「短2度」の合成音響例の波形。

広帯域化により響きの様相が一変するのが目視でも確認出来る。

上から「正弦波」「1Hz 幅」「10Hz 幅」「20Hz 幅」

ダイナミクスの様相変化は一見して明らかである。なお、21 世紀に入っても音楽音色を「スペクトル」だけで論じようとする傾向が後を絶たないので、参考まで、上の 4 つの帯域幅のサンプルを巨視的なスペクトルで比較してみよう。

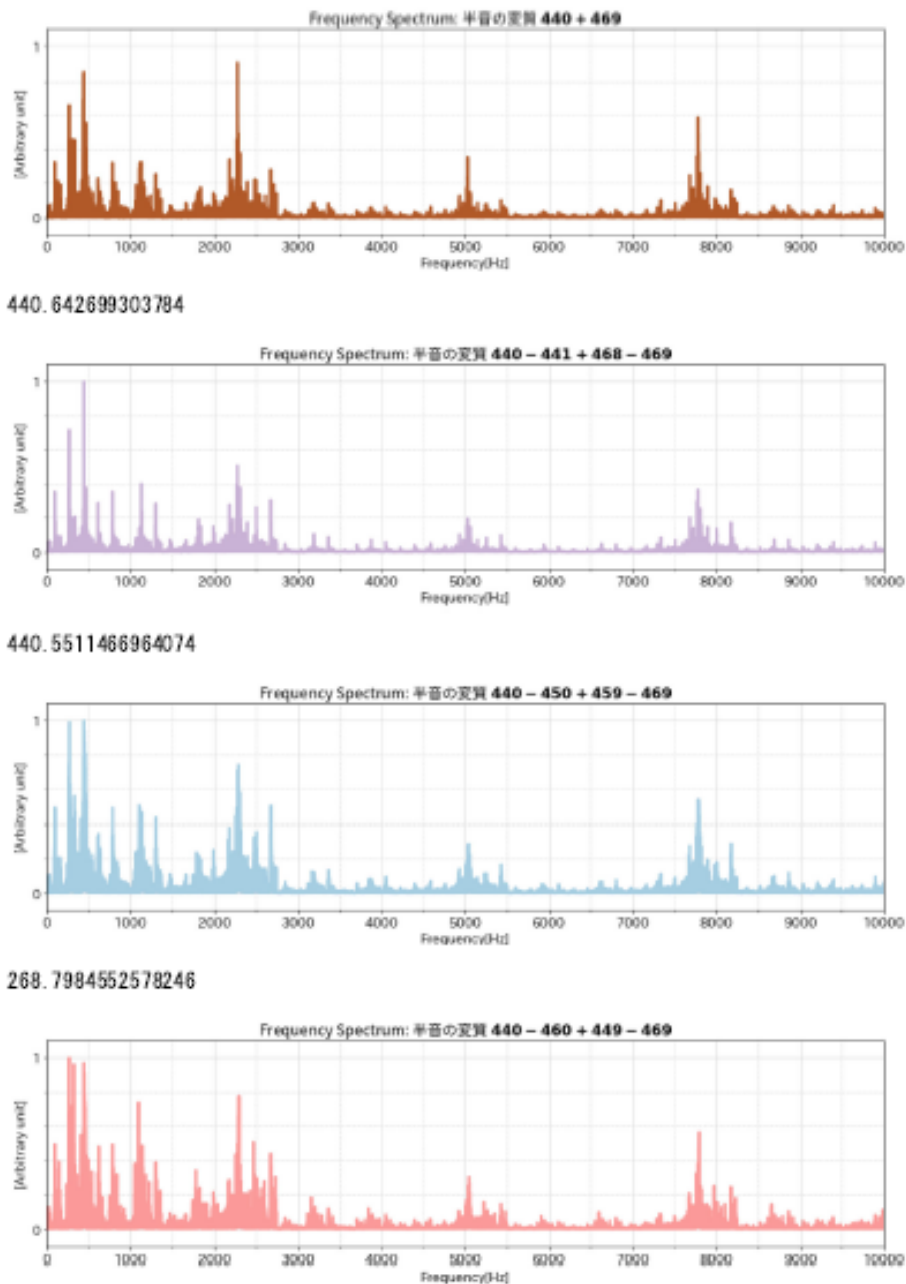


Fig.9-b 線幅を変化させた「短2度」の合成音響例の巨視的スペクトル。
上から「正弦波」「1Hz 幅」「10Hz 幅」「20Hz 幅」

波形で見ればあれだけ明らかな様相の変化が、スペクトル「分析」したつもりで、かえって変化が見えにくくなっていることが判るだろう。そこで、ヴィーナー＝ヒンチンの定理によって大域的には等価性が証明されている自己相関関数解析の結果を比較対象してみよう。

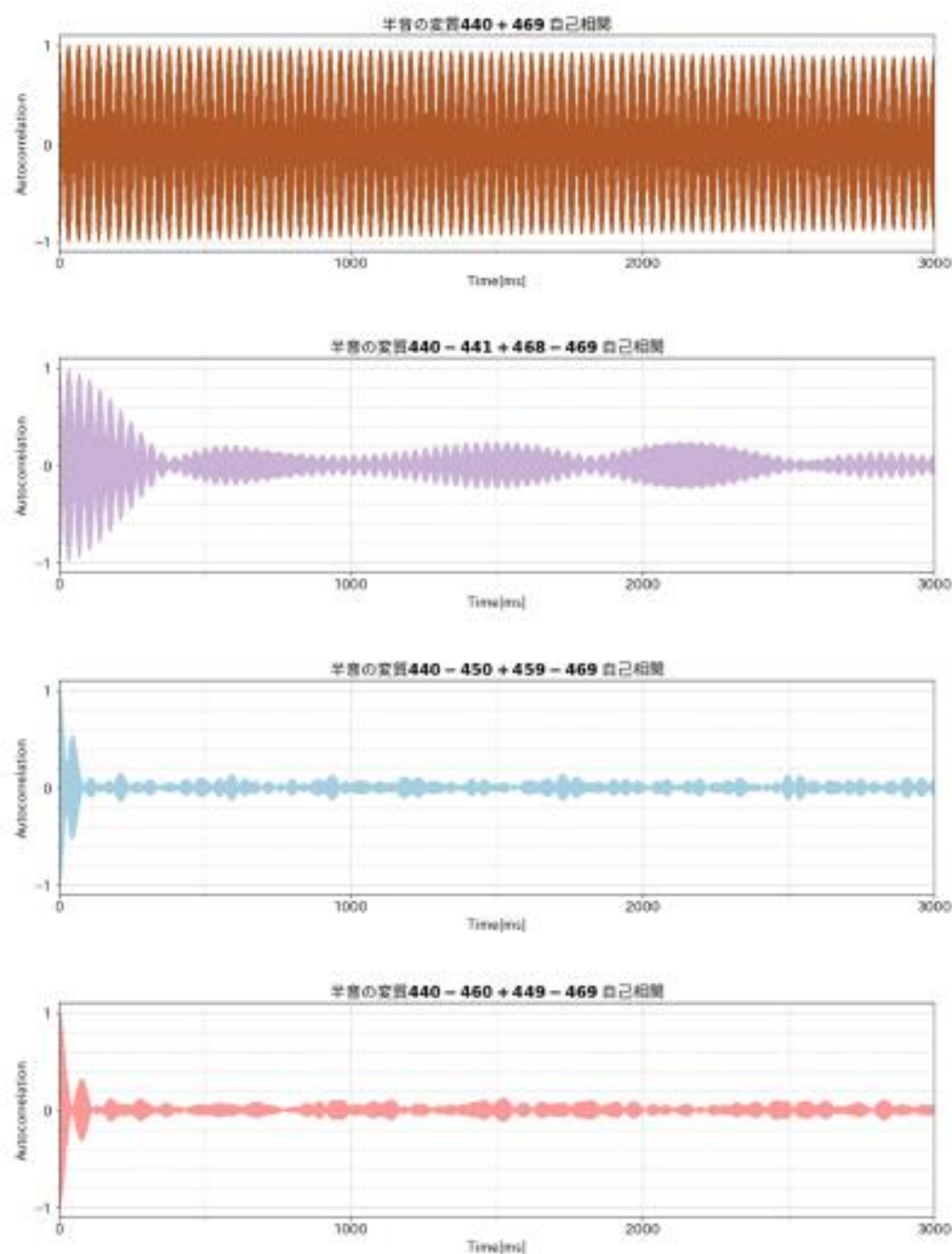


Fig.9-b 線幅を変化させた「短2度」の合成音響例の自己相関関数解析、3000msec scale
上から「正弦波」「1Hz 幅」「10Hz 幅」「20Hz 幅」

ゆらぎの導入によりヘルムホルツ型「不協和感」の原因とされるうなり」Schwebungenが減殺～ほとんど消失していることが、私達の主観にも明らかな 3000msec、3 秒の巨視的なスケールでも明確に確認できる。タイムスケールを拡大して検討してみよう。

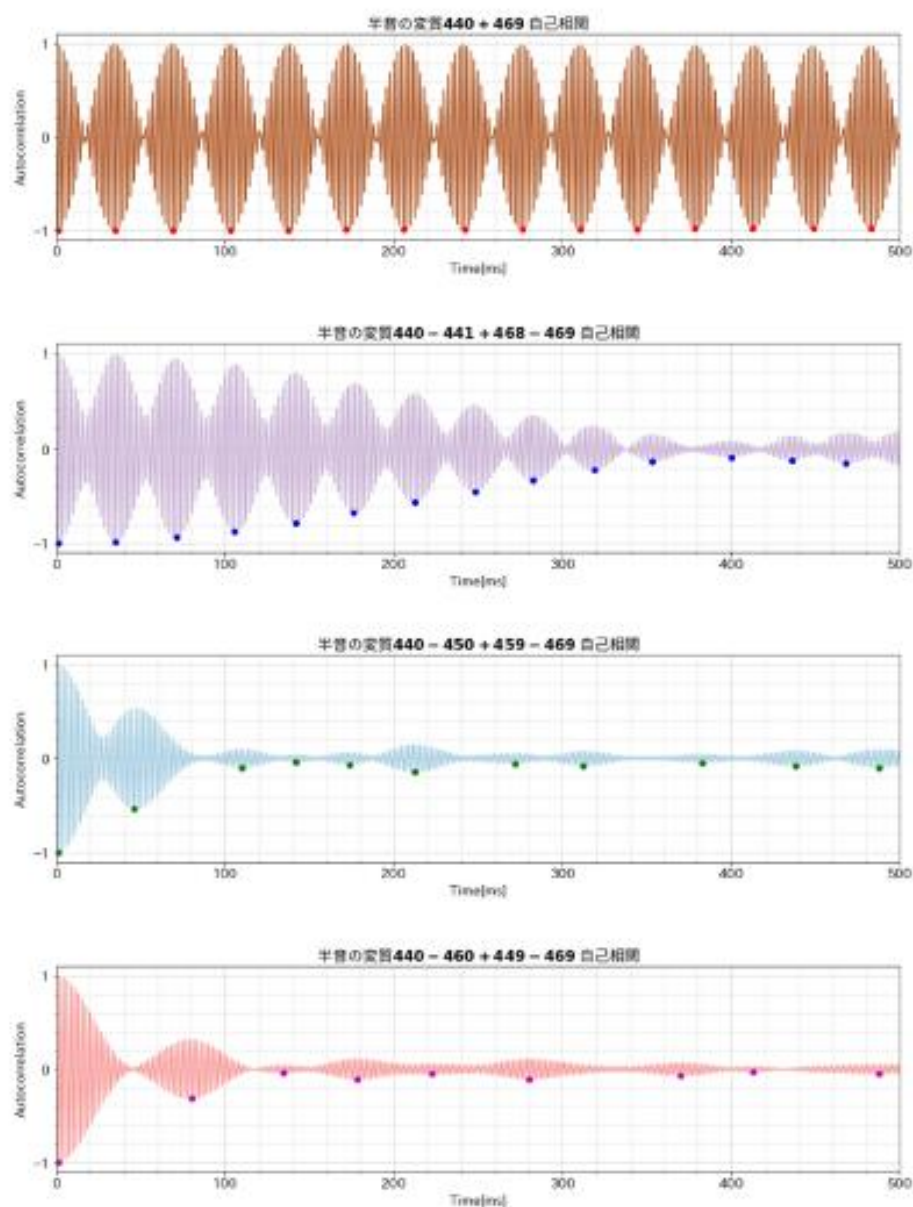


Fig.9-c 線幅を変化させた「短2度」の合成音響例の自己相関関数解析、300msec scale
上から「正弦波」「1Hz 幅」「10Hz 幅」「20Hz 幅」

周期性を持った構造が、線形系の正弦波では永続するのに対して、ゆらぎが導入された系では線幅の拡大とともに急速に長時間の相関構造が減少していることが判る。端的に言えばこれはヘルムホルツのいう「Rauhigkeit」音の肌理の粗さの消失に相当し、結果的に得られる音響は空間的な距離感も感じさせる透明な音色感を帯びる傾向がある。さらに短時間の相関構造を確認してみよう。

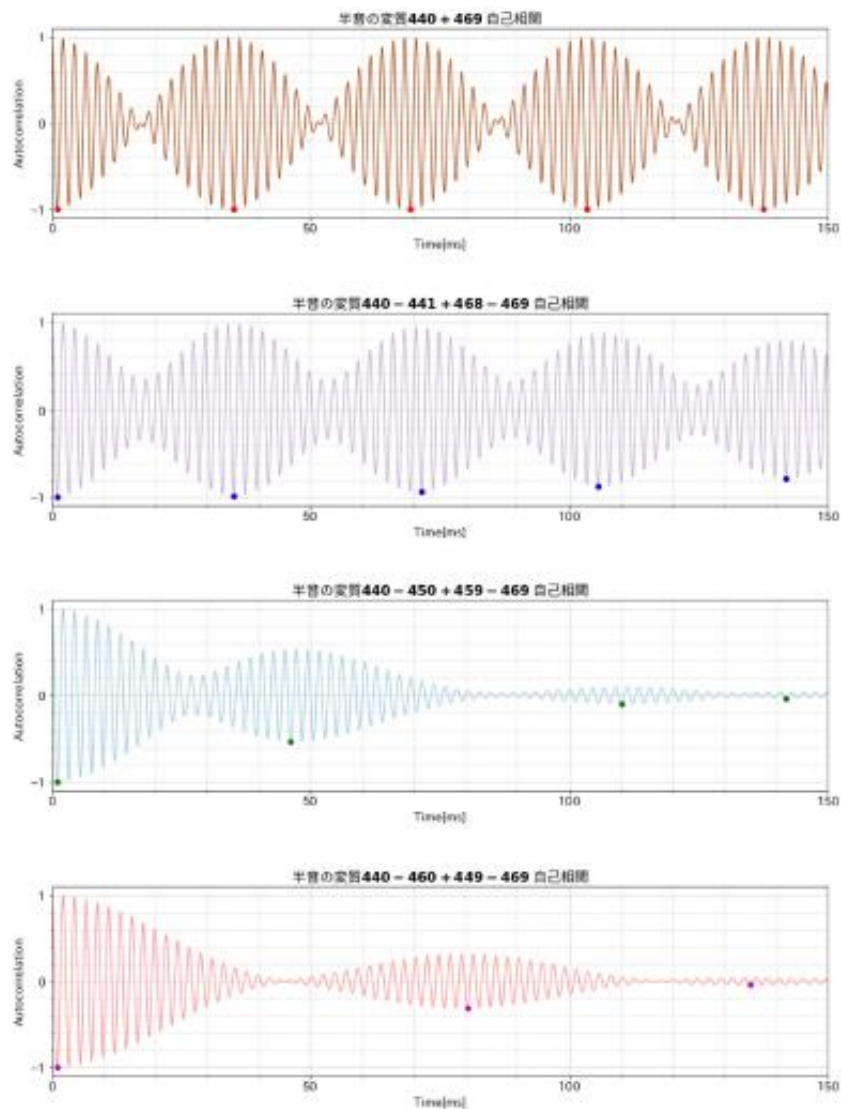


Fig.9-d 線幅を変化させた「短2度」の合成音響例の自己相関関数解析、150msec scale
上から「正弦波」「1Hz 幅」「10Hz 幅」「20Hz 幅」

ヘルマン・ヘルムホルツと彼の研究室メンバーが見出した「最も混濁した響き」を創り出す 33Hz 近傍は、時間に直せば 30msec 程度に相当するが、10Hz 幅の相関では 30msec 近傍で極小値が見られ、20Hz 幅の相関では 40msec 近傍で一度構造がほとんど消失してしまう。周波数に直せばこれは 25Hz 近傍に相当し、リズムとして認知できる限界を超え「可聴域」下限に達する帯域であるため、振幅の変化として「うなり」を聴きとることは困難ないし不可能である。このように、線幅を制御することでヘルムホルツ型不協和は減殺ないし解消できることを簡潔に示した。

7. 議論と謝辞

現実の音楽音色の「線幅」には二つの側面がある。一つは楽器の構造などに起因するもので、オーボエなどダブルリード楽器は、植物の構造をそのまま温存するため、比較的細い線幅を維持することが出来る。これに対して金管楽器などは人間の皮膚という柔らかな発音源を持つため、はるかに幅広の線幅を持たざるを得ない。人間の声は幅の広い音色の一つとして挙げることが出来る。

だが、東アジアの民族音楽楽器には、西欧のそれと全く異なる発想で構造化されたものが頻見される。例えば紀元前から伝わる韓国の伝統楽器、コムンゴ（玄琴 거문고）の低音弦は極めて太い絹糸が緩く貼られ、線幅は半音以上の広がりを持ち、西欧はもとより中国古代の三分損益法での解析も意味をなさない。独自の音律構造を持つものとして考えることが出来る。

中国でも、京劇の打楽器として知られる「大羅」「小羅」など、音程の変化を音色のなかに内包する楽器が見られる。日本の能楽で打たれる「小鼓」も、緒の張力を変化させることで音程を変化させており、そこにはピッチとその変化は感知されても、数的な調和の構造は概観するだけでは見当たらない。

しかしこれらの楽器は例外なく幅広い線幅を持ち、非線形な引き込みによって、同時に空間に響く他の音響と、全く異なる原理で融和しあい、独特の響きを構築する。バリ島のガムランに代表される南海域の金属打楽器合奏などが持つ独特の響きにも、さまざまなゆらぎと非線形引き込みの効果を見出すことが出来る。

もうひとつは双方による線幅の変化である。西欧近代音楽の楽器でも、ヴァイオリンなど擦弦楽器のヴィブラートの掛け方、あるいは「ハーモニクス」の双方は概して線幅が広がる傾向がみられ、これらはもれなく、混在するほかの響きと音楽的な意味での音程衝突を回避し、別の融和、別の協和を実現している。本研究はそうした幅広い応用の基礎を、もっともシンプルな系で示したもので、より詳細な後続測定、評価を計画している。

本研究は日本学術振興会科学研究費、挑戦的研究(開拓)本研究 20K20500「機械学習を用いた東アジア数理調和思想の実証的研究と共生倫理の検討」の補助を受けて実施し、その成果として発表するものであります。広範かつ深い議論をご共有頂いた塚田稔、甘利俊一、石原茂和をはじめとする諸先生方に深く感謝いたします。

参考文献

[1] Helmholtz H. von “Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik” Dritte Ausgabe Braunschweig, Fassung (1870)